

TECNICHE DI CONTROLLO E DIAGNOSI

Modellistica e Controllo Fuzzy

Presenter: Silvio Simani

Col supporto del Dott. Ing. Marcello Bonfè

Ringraziamenti

*Le dispense si ispirano al corso del Prof. Stefano Marsili-Libelli:
“Introduzione ai Fuzzy Sets”. Dipartimento di Sistemi e Informatica
Facoltà di Ingegneria. Via S.Marta, 3. 50139 Firenze. Home page:
<http://dsi.ing.unifi.it/~marsili/>*

Modellistica Fuzzy



Un modello fuzzy consiste in un insieme di regole deduttive che legano gli ingressi e le uscite basandosi su predicati e connessioni "vaghi" (fuzzy) di tipo IF - THEN

IF {Ingressi} **THEN** {Uscite}

Tipi di Modelli Fuzzy

- 1) **Modelli Linguistici (Mamdani):** Si basano sulle classiche regole di inferenza fuzzy fra antecedente e conseguente, ambedue descritti con dei fuzzy sets che rappresentano dei concetti linguistici

IF {Antecedente} THEN {Consequente}

-
- 2) **Modelli di Sugeno:** gli antecedenti fuzzy (linguistici) implicano dei conseguenti funzionali (deterministici)

IF {Antecedente} THEN $\{y = f(y,u)\}$

Modelli Dinamici Fuzzy

Mamdani: Modello fuzzy come insieme di **regole inferenziali**

Modelli
linguistici
(Mamdani)

*IF u_k is B_o AND u_{k-1} is B_l ... AND u_{k-n} is B_n
AND y_{k-1} is A_l AND ... AND y_{k-n} is A_n
THEN y_k is A_o*

Sugeno: Modello fuzzy come insieme di **relazioni funzionali**

Modelli
di
Sugeno

*IF u_k is B_o AND u_{k-1} is B_l ... AND u_{k-n} is B_n
AND y_{k-1} is A_l AND ... AND y_{k-n} is A_n
THEN $y_k = f(y_{k-1}, y_{k-2}, \dots, y_{k-n}, u_{k-1}, u_{k-2}, \dots, u_{k-n})$*

Modelli del Tipo di Mamdani

- ☞ Si compongono di un insieme di regole fuzzy che hanno lo scopo di riprodurre il comportamento osservato
- ☞ L'inclusione fra gli antecedenti di ingressi ed uscite passati è limitata solo dalla causalità (*non si possono usare elementi futuri...*)
- ☞ Esempio: si voglia modellare un sistema dinamico alle differenze con la seguente struttura

$$y_t = f(y_{t-1}, u_{t-1}, u_{t-2})$$

- ☞ Si può utilizzare una struttura fuzzy, ad es. con due regole, del tipo

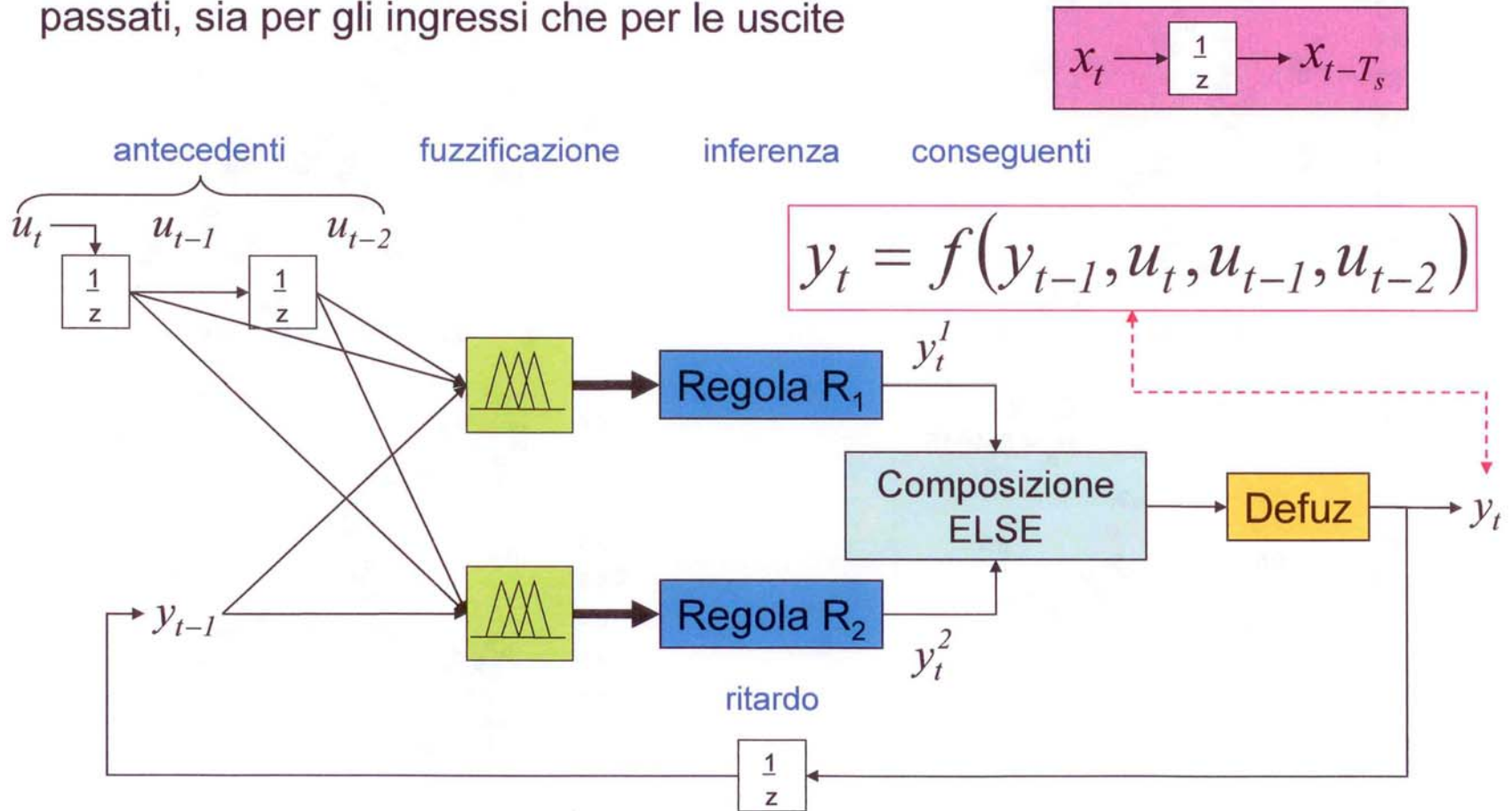
$R_1 : IF \ y_{t-1} \text{ is } A_{11} \text{ AND } u_{t-1} \text{ is } B_{11} \text{ AND } u_{t-2} \text{ is } B_{12} \text{ THEN } y_t \text{ is } C_1$
 $ELSE$

$R_2 : IF \ y_{t-1} \text{ is } A_{21} \text{ AND } u_{t-1} \text{ is } B_{21} \text{ AND } u_{t-2} \text{ is } B_{22} \text{ THEN } y_t \text{ is } C_2$

- ☞ Il successo del modello consisterà nell'abilità di includere nelle regole tutti i comportamenti del sistema e scegliere in modo efficace i rappresentatori A, B e C, basandosi sui dati osservati.

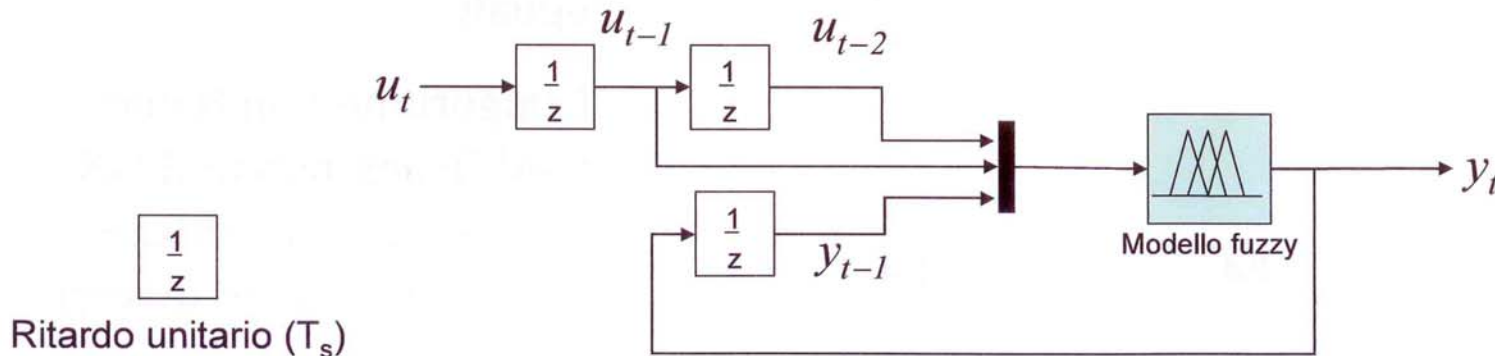
Modello Fuzzy a Regole (Mamdani)

L'uso di ritardi unitari (pari a T_s) è indispensabile per creare gli antecedenti passati, sia per gli ingressi che per le uscite

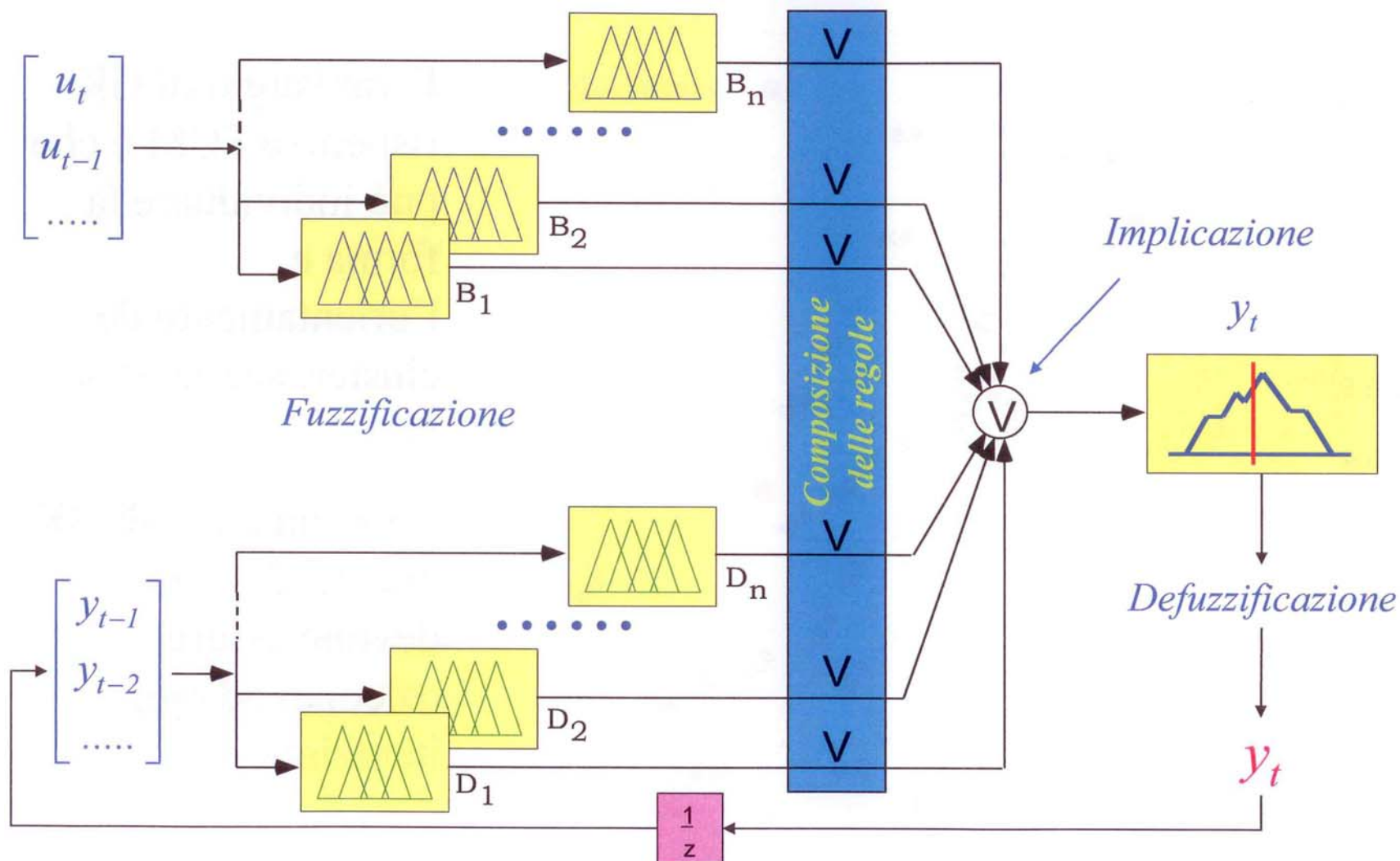


La Struttura Fuzzy in “Simulazione Completa”

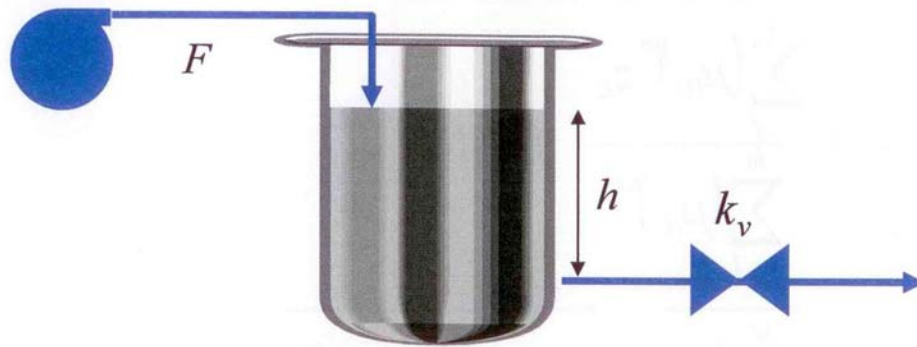
- Il calcolo dell'uscita attuale y_t utilizza uscite passate ($y_{t-1}, y_{t-2}, \dots$) ed ingressi passati ($u_{t-1}, u_{t-2}, \dots$). Perciò
 - Nel modello dovranno essere previsti dei ritardi unitari (di un passo) per conservare memoria degli elementi passati
 - Eventuali errori di modello nei passi precedenti si rifletteranno nel valore attuale (propagazione dell'errore)
- Dato che il modello fuzzy è naturalmente tempo-discreto, si dovrà scegliere con cura l'intervallo di tempo T_s fra campioni successivi dell'ingresso e dell'uscita
 - Un T_s troppo piccolo non farebbe risaltare le variazioni, rendendo inefficaci le regole
 - Un T_s troppo lungo farebbe perdere risoluzione al modello, non osservando variazioni rapide ma significative.



Struttura Generale del Modello di Mamdani

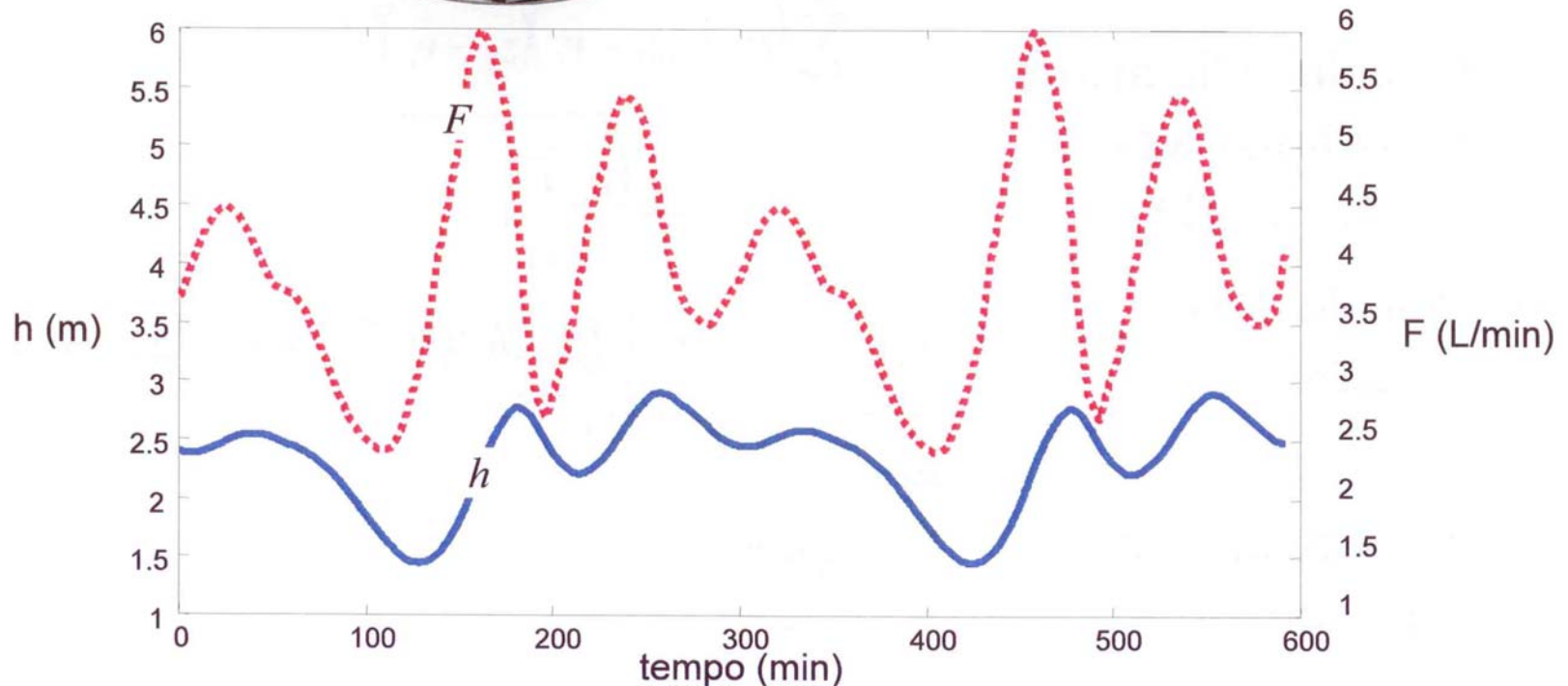


Esempio di Serbatoio con Deflusso



Modello deterministico

$$A \frac{dh}{dt} = F - k_v \sqrt{h}$$

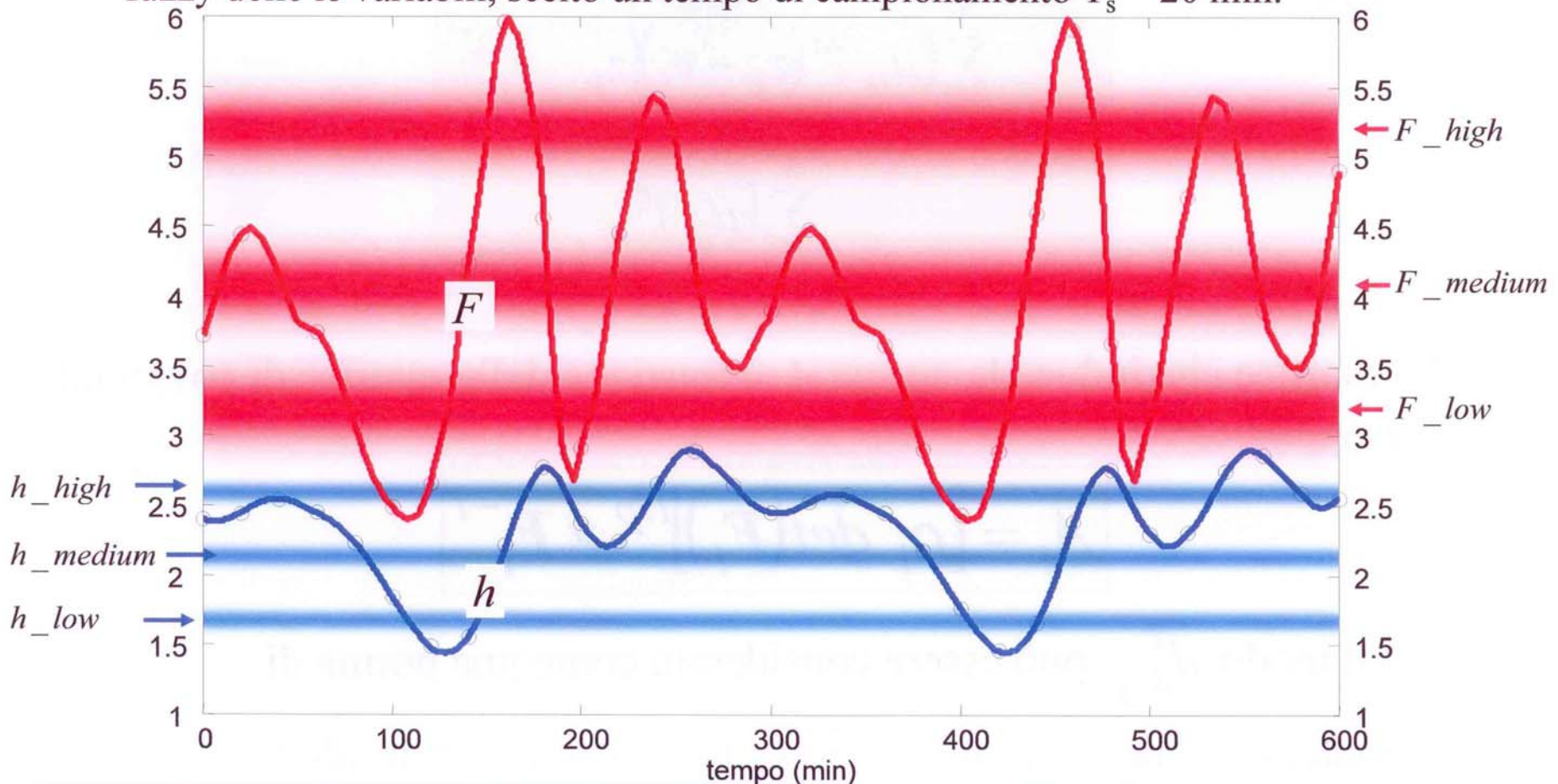


Costruzione del Modello

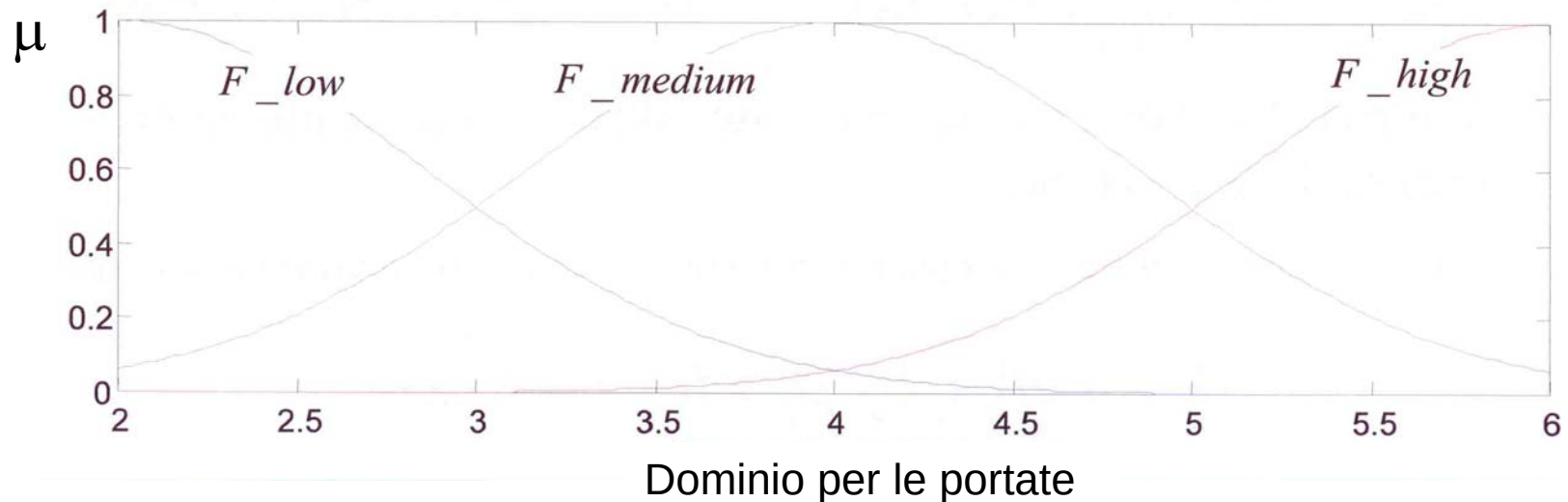
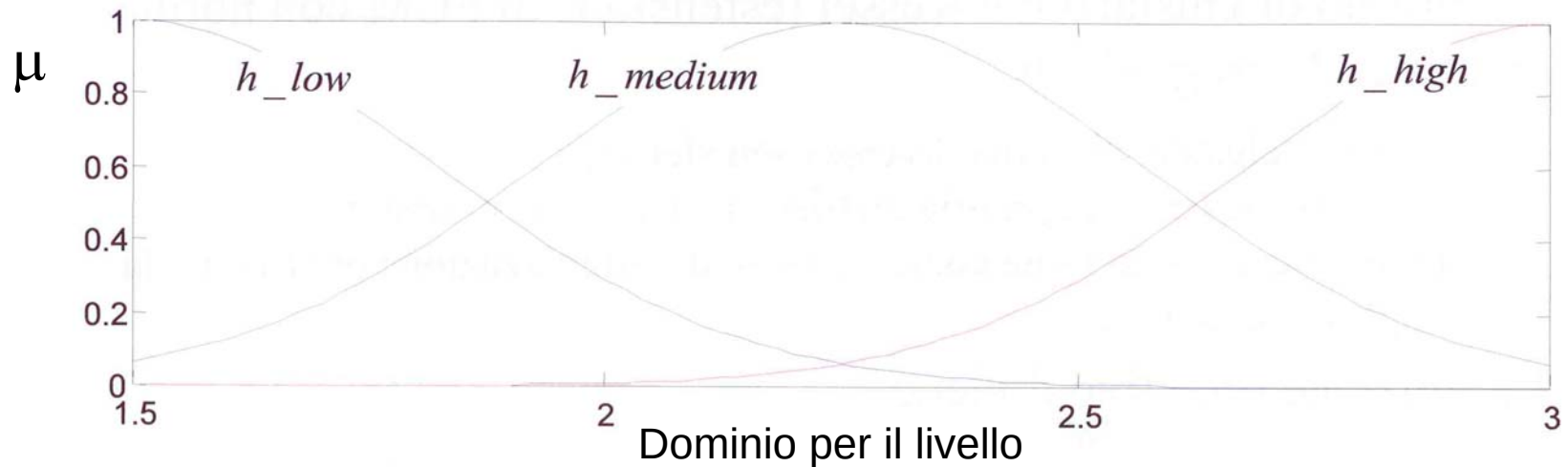
- ☞ Definire le fasce di valori “significativi” per le variabili per costruire i rappresentatori fuzzy
 - ⇒ Numero di rappresentatori
 - ⇒ Forma dei rappresentatori
- ☞ Definire matematicamente le funzioni di appartenenza
 - ⇒ Espressione matematica (triangolare, gaussiano, etc.)
 - ⇒ Parametri che ne determinano la forma rispetto ai dati
- ☞ Definire la struttura del modello e le regole di inferenza
 - ⇒ Per semplicità conviene scegliere un modello ingresso/uscita tempo-discreto del tipo
$$y_t = f(y_{t-1}, \dots, y_{t-n}, u_{t-k}, \dots, u_{t-n})$$
con k ritardo ingresso-uscita
 - ⇒ In generale le regole possibili saranno $n \times n-k$, perciò è bene tenere basso l'ordine del modello.
 - ⇒ Ad es.
$$y_t = f(y_{t-1}, y_{t-2}, u_{t-1}, u_{t-2})$$
- ☞ Comporre le regole sulla base del comportamento osservato

Pre-trattamento dei Dati

Individuazione di fasce di valori “significativi” per costruire i rappresentatori fuzzy delle le variabili, scelto un tempo di campionamento $T_s = 20$ min.



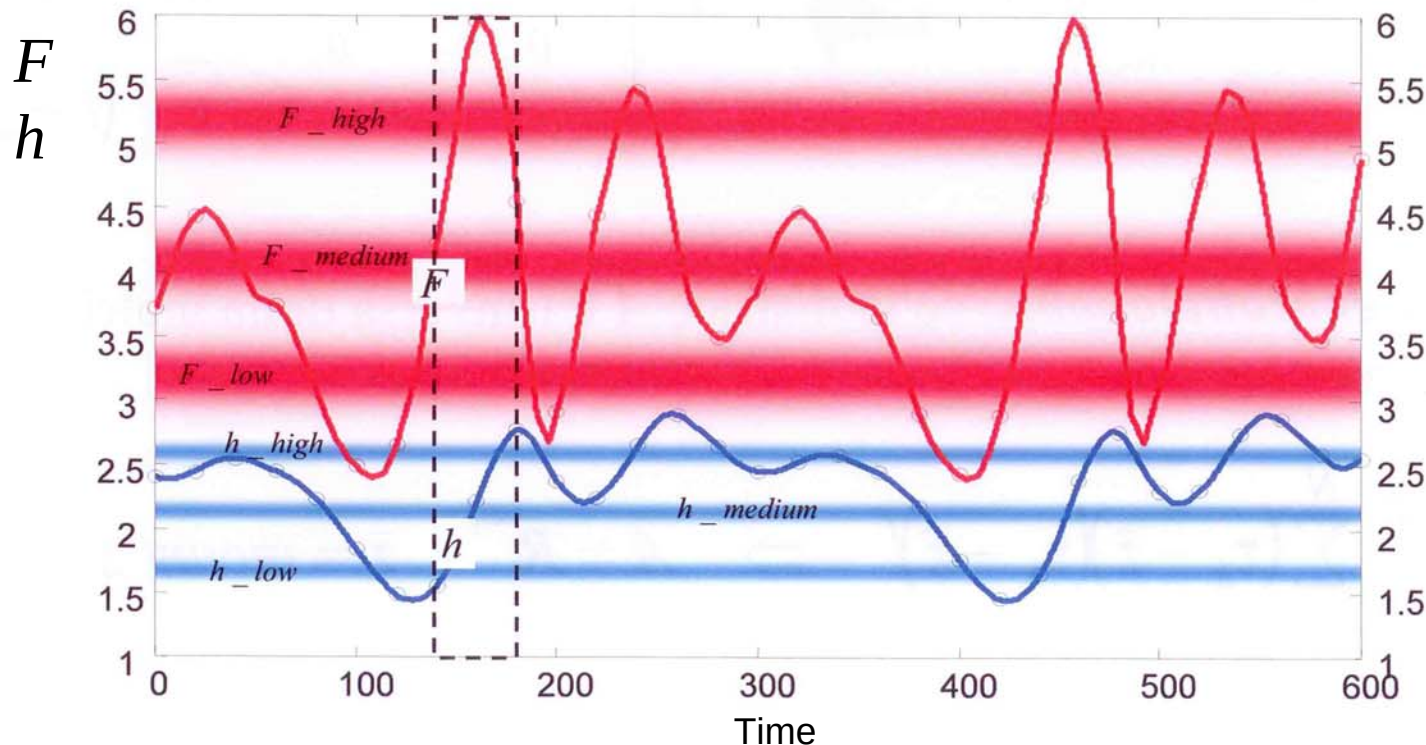
Membership Functions: Definizione



Regole: Definizione

Usando una finestra mobile che copre l'intervallo di tempo pari alle variabili incluse nel modello, si cerca di inferire le regole di variazione. Ad es. nel rettangolo tratteggiato:

*IF h_{t-1} is h_medium AND h_{t-2} is h_low AND F_{t-1} is F_high AND F_{t-2} is F_medium
THEN h_t is h_high*



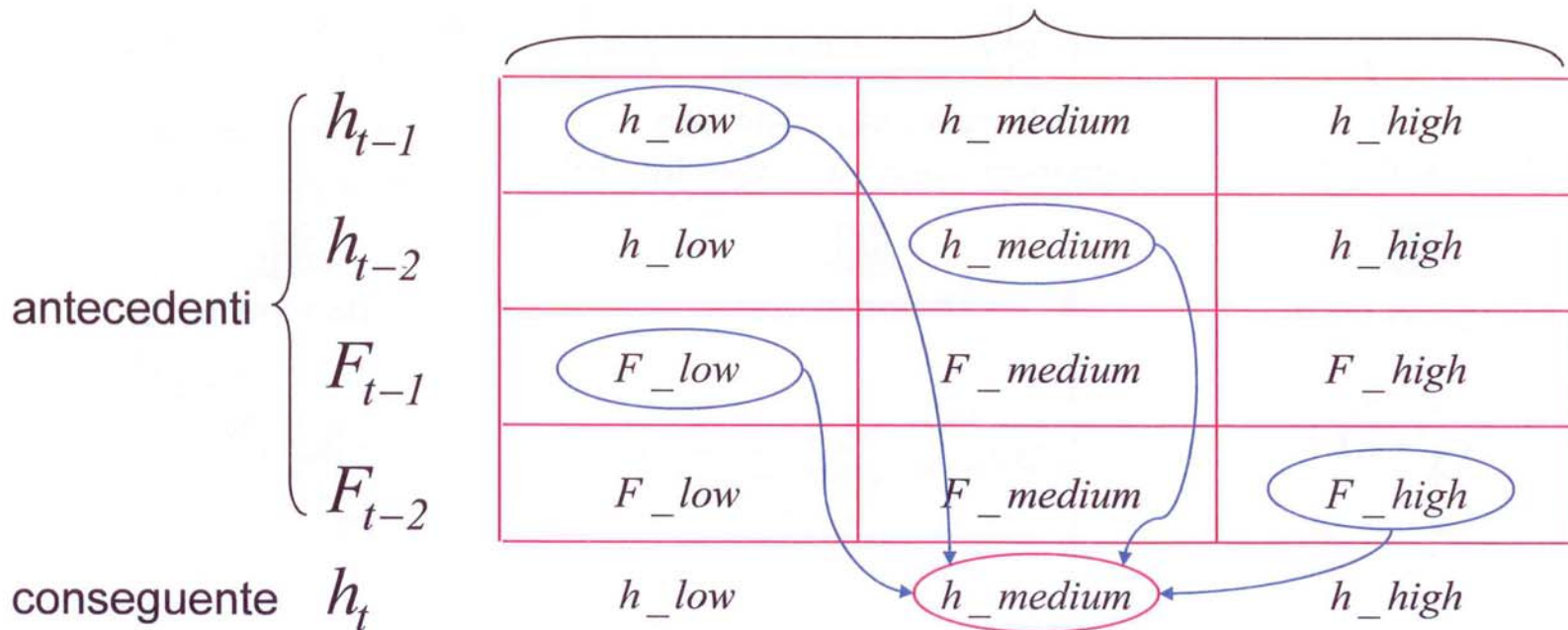
Regole: Combinazione

Numero totale di regole possibili $(N_{ant} + N_{cons}) \times N_{qualif}$

Il numero di regole può rapidamente diventare

Esplosivo!

qualificatori



Regole per l'Esempio del Serbatoio

Numero totale di regole possibili: $N_{variabili} \times N_{qualificatori}$

In questo caso $5 \times 3 = 15$. Ne sono state utilizzate solo 8 !

IF (h_{t-1} is h_high) AND (h_{t-2} is h_low) AND (F_{t-1} is F_high) AND (F_{t-2} is F_medium) THEN (h_t is h_high)

IF (h_{t-1} is h_medium) AND (h_{t-2} is h_medium) AND (F_{t-1} is F_high) AND (F_{t-2} is F_low) THEN (h_t is h_high)

IF (h_{t-1} is h_low) AND (h_{t-2} is h_low) AND (F_{t-1} is F_high) AND (F_{t-2} is F_low) THEN (h_t is h_low)

IF (h_{t-1} is h_medium) AND (h_{t-2} is h_low) AND (F_{t-1} is F_high) AND (F_{t-2} is F_medium) THEN (h_t is h_high)

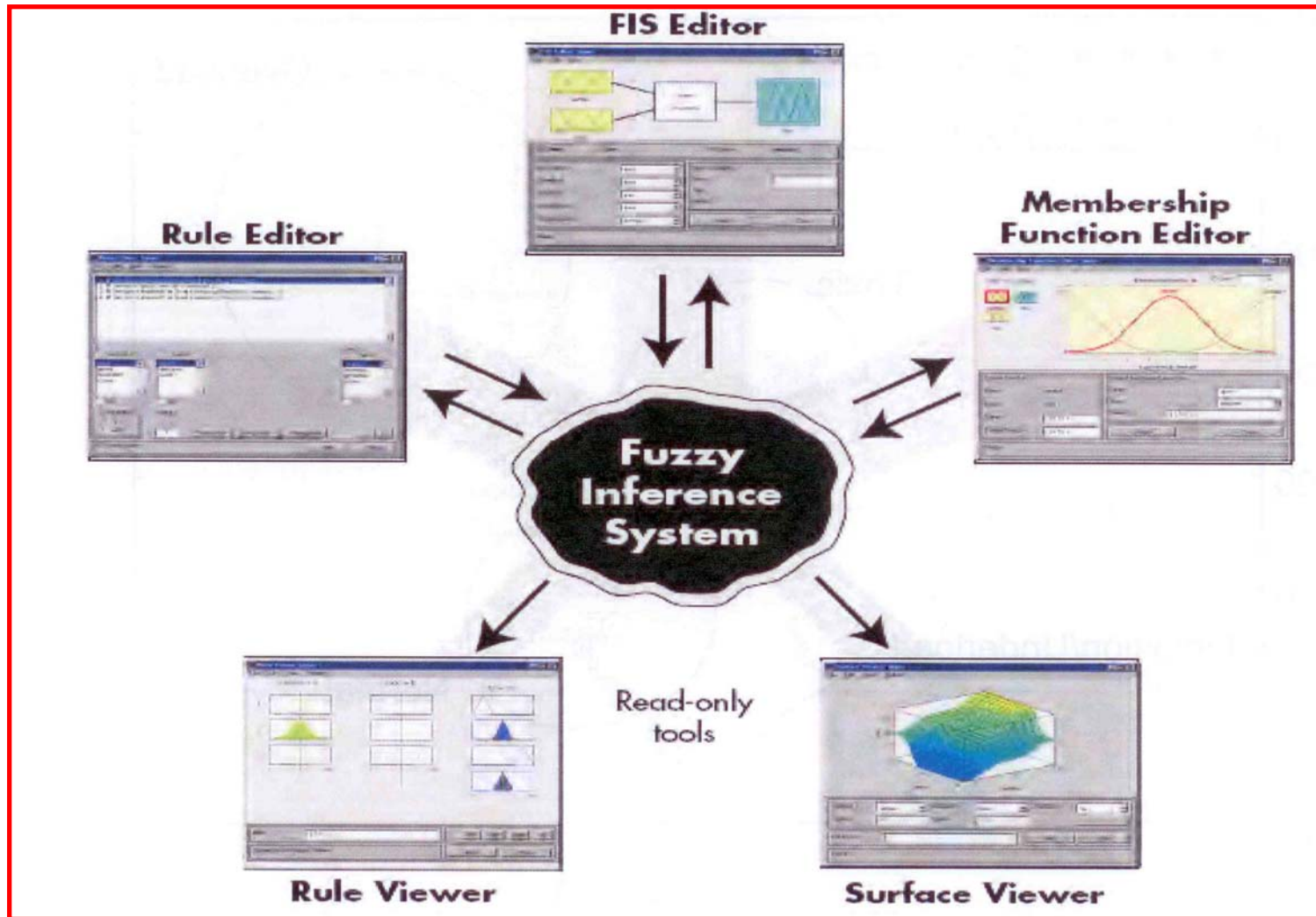
IF (h_{t-1} is h_medium) AND (h_{t-2} is h_medium) AND (F_{t-1} is F_medium) AND (F_{t-2} is F_low) THEN (h_t is h_low)

IF (h_{t-1} is h_high) AND (h_{t-2} is h_high) AND (F_{t-1} is F_medium) AND (F_{t-2} is F_high) THEN (h_t is h_high)

IF (h_{t-1} is h_high) AND (h_{t-2} is h_high) AND (F_{t-1} is F_high) AND (F_{t-2} is F_medium) THEN (h_t is h_high)

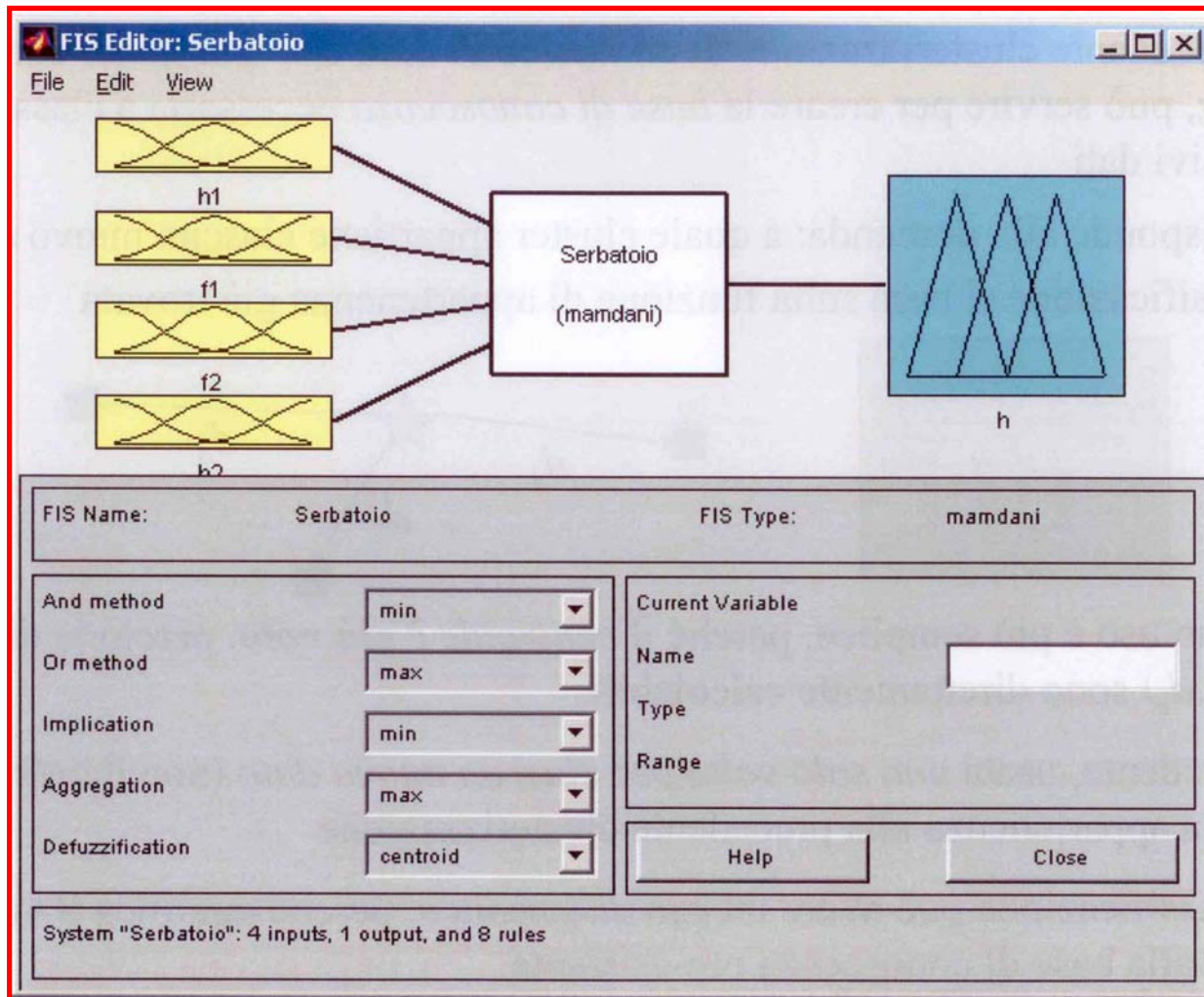
IF (h_{t-1} is h_medium) AND (h_{t-2} is h_high) AND (F_{t-1} is F_low) AND (F_{t-2} is F_medium) THEN (h_t is h_low)

Matlab® Fuzzy Toolbox™



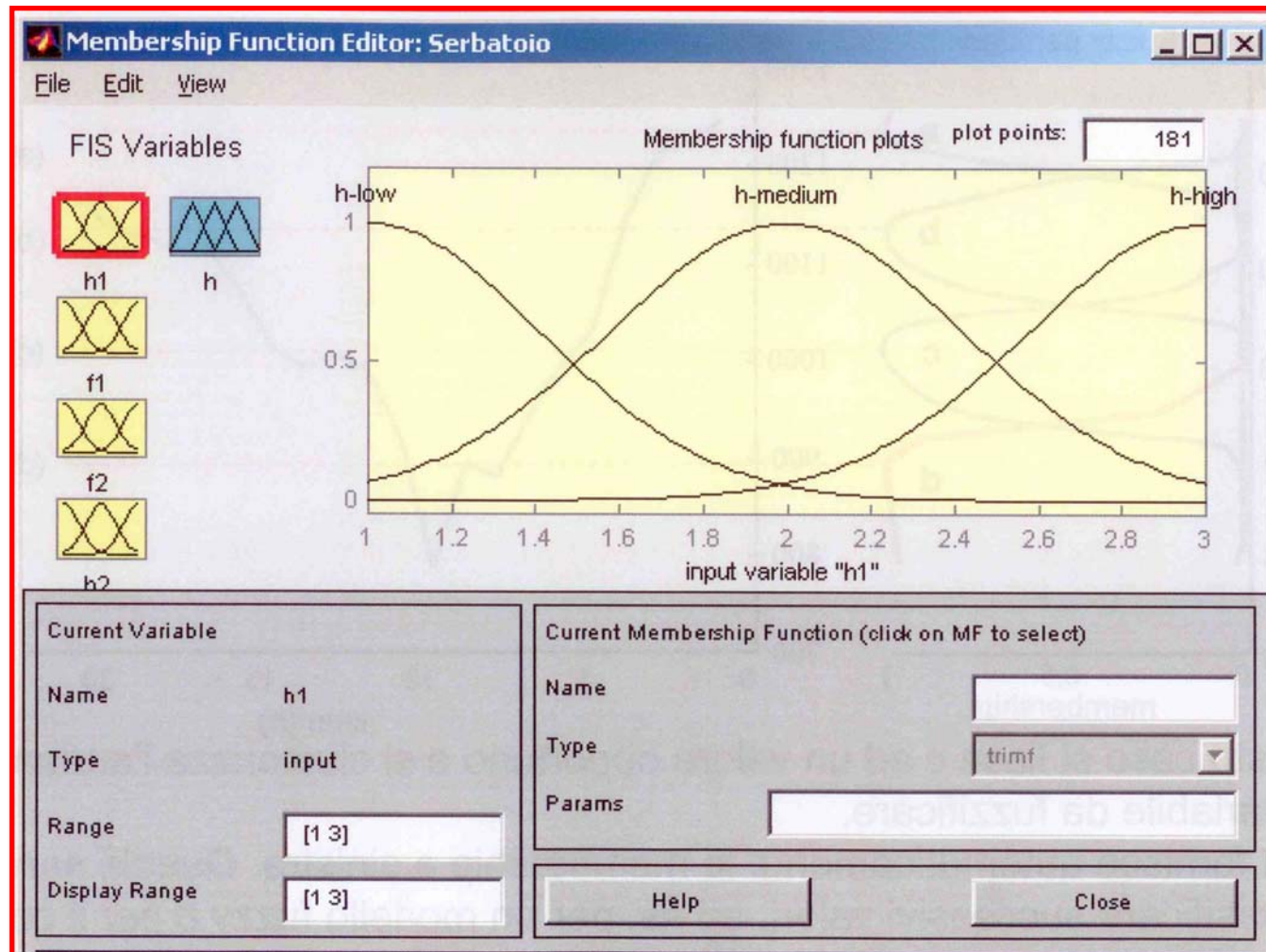
Matlab® Fuzzy Toolbox™

FIS Editor per l'Esempio del Serbatoio



Matlab® Fuzzy Toolbox™

MF Editor per l'Esempio del Serbatoio



Editor delle Regole

The screenshot shows the 'Rule Editor: tipper' window. At the top is a menu bar with 'File', 'Edit', 'View', and 'Options'. Below it is a list of three rules: '1. If (service is good) or (food is normal) then (tip is cheap) [1]', '2. If (service is good) then (tip is average) [1]', and '3. If (service is excellent) or (food is delicious) then (tip is generous) [1]'. The main area is divided into 'If' and 'Then' sections. The 'If' section has two input selection menus: 'service is' (with options: poor, good, excellent, none) and 'food is' (with options: normal, delicious, none). Each has a 'not' checkbox. Between them are 'Connection' radio buttons (set to 'or') and a 'Weight' field (set to '1'). The 'Then' section has an output selection menu 'tip is' (with options: cheap, average, generous, none) and a 'not' checkbox. At the bottom are buttons: 'Delete rule', 'Add rule', 'Change rule', 'Help', and 'Close'. A status bar at the very bottom shows 'FIS Name: tipper'.

Input or output selection menus.

The menu items allow you to save, open, or edit a fuzzy system using any of the five basic GUI tools.

The rules are entered automatically using the GUI tools.

Link input statements in rules.

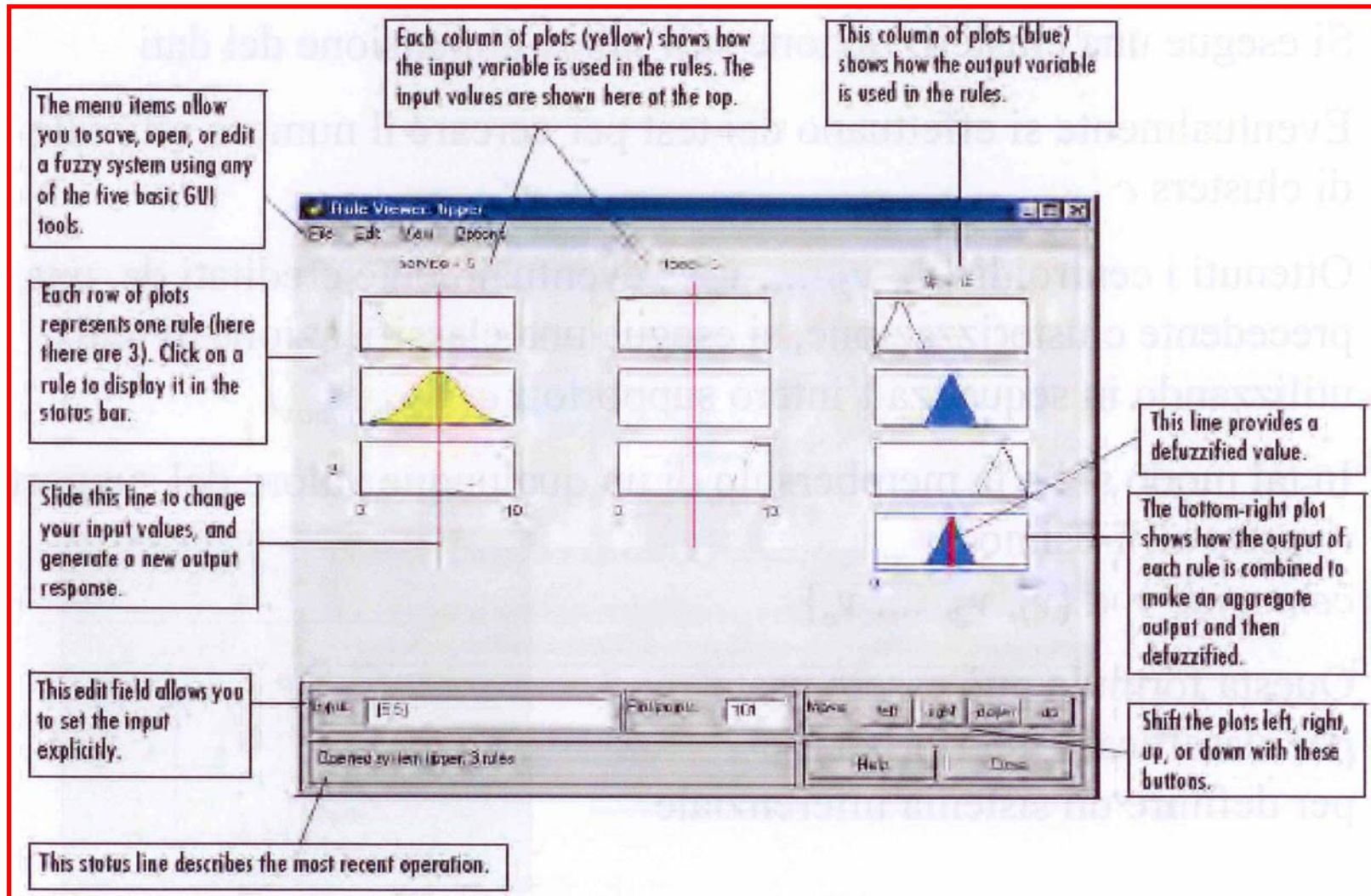
This status line describes the most recent operation.

Negate input or output statements in rules.

Create or edit rules with the GUI buttons and choices from the input or output selection menus.

The Help button gives some information about how the Rule Editor works, and the Close button closes the window.

Viewer delle Regole



Vantaggi e Svantaggi del Modello di *Mamdani*

Vantaggi

- ⇒ Non è necessario conoscere la struttura del sistema né il suo funzionamento interno
- ⇒ Il modello è stato ricavato dall'osservazione diretta dei dati

Svantaggi

- ⇒ Nessuna guida nella definizione delle caratteristiche del modello
 -  Ordine
 -  Numero e forma dei qualificatori
 -  Numero e contenuto delle regole
- ⇒ Il modello ha validità limitata agli intervalli dei dati utilizzati per la sua definizione
 -  Es. se arrivasse un ingresso di portata $F = 10$?
 -  Il modello non potrebbe applicarvi nessuna regola perché questo valore è esterno agli intervalli entro cui sono definite le sue variabili.

 **Domanda:** esistono metodi più sistematici?

⇒ **Risposta:** Si

Modelli del Tipo di *Sugeno*

- ☞ Nella generica regola il conseguente è un *singleton*

$$IF \ x \text{ is } A_i \ THEN \ y = b_i$$

- ☞ Ciò implica che ogni regola produce un'uscita pari al valore del singleton (b_i) moltiplicato per il grado di verità dell'antecedente μ_i perciò

$$IF \ x \text{ is } A_i \ THEN \ y = b_i \Rightarrow \mu_i b_i$$

- ☞ La composizione delle regole e la defuzzificazione diventano un'unica operazione che di fatto è la media pesata dei singleton mediante i rispettivi gradi di verità

$$y_{defuz} = \frac{\sum_{i=1}^N b_i \mu_i}{\sum_{i=1}^N \mu_i}$$

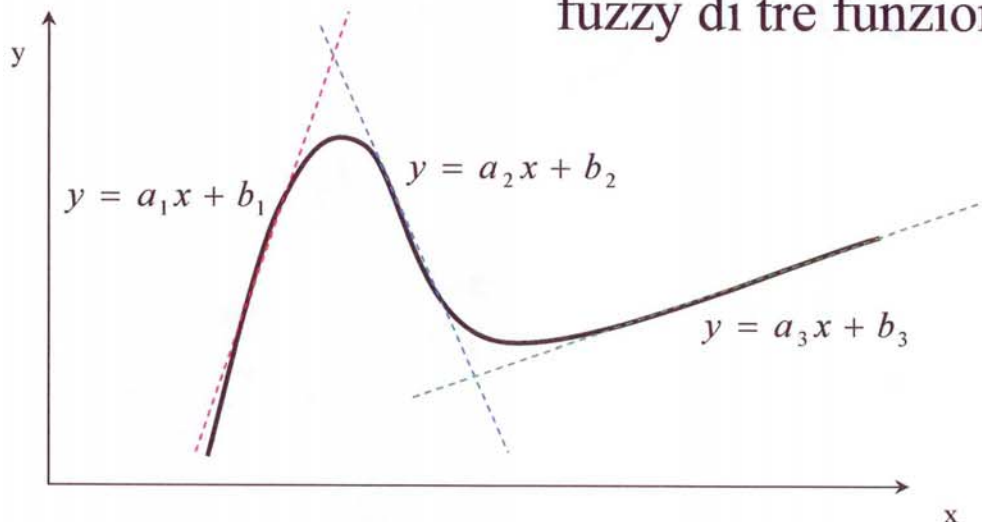
- ☞ **Estensione:**

al posto dei singleton si possono usare delle *funzioni*, aumentando le capacità approssimanti del modello

$$y_{defuz} = \frac{\sum_{i=1}^N \Phi_i(x) \mu_i}{\sum_{i=1}^N \mu_i}$$

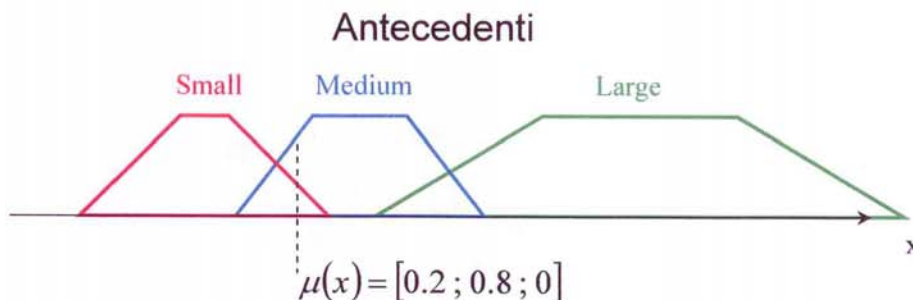
Modello di Sugeno come Approssimatore “Universale”

Modello di Sugeno come linearizzazione locale
La funzione viene approssimata mediante combinazione fuzzy di tre funzioni lineari



$$\mu_A(x): \mathbb{R} \rightarrow [0,1]$$

$$A \in \{Small, Medium, Large\}$$



Regole

$$\begin{cases} \text{IF } x \text{ is Small} & \text{THEN} & y = a_1x + b_1 \\ \text{IF } x \text{ is Medium} & \text{THEN} & y = a_2x + b_2 \\ \text{IF } x \text{ is Large} & \text{THEN} & y = a_3x + b_3 \end{cases}$$

Modellazione del Serbatoio con *Sugeno*

1. If (h1 is h-medium) and (h2 is h-low) and (f1 is f-high) and (f2 is f-medium) then $h = b_1$
2. If (h1 is h-medium) and (h2 is h-medium) and (f1 is f-high) and (f2 is f-low) then $h = b_2$
3. If (h1 is h-low) and (h2 is h-low) and (f1 is f-medium) and (f2 is f-low) then $h = b_3$
4. If (h1 is h-medium) and (h2 is h-low) and (f1 is f-high) and (f2 is f-medium) then $h = b_4$
5. If (h1 is h-medium) and (h2 is h-medium) and (f1 is f-medium) and (f2 is f-low) then $h = b_5$
6. If (h1 is h-high) and (h2 is h-high) and (f1 is f-medium) and (f2 is f-high) then $h = b_6$
7. If (h1 is h-high) and (h2 is h-high) and (f1 is f-high) and (f2 is f-medium) then $h = b_7$
8. If (h1 is h-medium) and (h2 is h-high) and (f1 is f-low) and (f2 is f-medium) then $h = b_8$
9. If (h1 is h-medium) and (h2 is h-medium) and (f1 is f-medium) and (f2 is f-medium) then $h = b_9$
10. If (h1 is h-low) and (h2 is h-low) and (f1 is f-low) and (f2 is f-low) then $h = b_{10}$
11. If (h1 is h-high) and (h2 is h-high) and (f1 is f-high) and (f2 is f-high) then $h = b_{11}$
12. If (h1 is h-medium) and (h2 is h-medium) and (f1 is f-medium) and (f2 is f-low) then $h = b_{12}$
13. If (h1 is h-high) and (h2 is h-medium) and (f1 is f-medium) and (f2 is f-high) then $h = b_{13}$

Conclusioni

☞ L'approccio alla Mamdani è “rassicurante” perché

- ⇒ Permette di usare il normale buonsenso per costruire modelli
- ⇒ E' intuitivo
- ⇒ Permette di inserire nel modello nozioni non quantitative, ma di tipo linguistico
- ⇒ Adatto per piccole semplici applicazioni
- ⇒ Non è facilmente calibrabile in modo rigoroso
- ⇒ La sua limitazione sta nel suo approccio empirico

☞ L'approccio alla Sugeno è più impegnativo, ma performante perché

- ⇒ Offre una grande flessibilità nella definizione dei conseguenti
- ⇒ Permette l'uso degli strumenti classici della teoria dei sistemi per imporre proprietà desiderabili (stabilità, raggiungibilità, etc.) ai conseguenti
- ⇒ Apre un collegamento con la teoria classica della modellistica e del controllo
- ⇒ Permette l'uso di strumenti sofisticati per la calibrazione sistematica del modello contro i dati (ANFIS, Babuska, etc....)
- ⇒ Adatto ad applicazioni complesse

Parte 2

- ❑ Caratteristiche del **Controllo Fuzzy**
- ❑ Struttura del controllo fuzzy
 - Controllore fuzzy a regole
 - Costruzione delle regole
- ❑ Controllo fuzzy alla Sugeno
- ❑ Regolatori Fuzzy e PID Standard
 - Confronti
- ❑ Esempio di regolatore fuzzy

Applicazioni di Successo

- ❑ Messa a fuoco automatica per videocamera (Canon e Sanyo)
- ❑ Compensazione di instabilità di immagine in videocamere (Panasonic)
- ❑ Scelta del tipo di lavaggio per lavatrici domestiche (Matsushita)
- ❑ Pilotaggio di condizionatori d'aria e scaldabagni (Mitsubishi)
- ❑ Selezione del rapporto in cambi automatici automobilistici (Subaru)
- ❑ Regolazione luminosità in televisori (Sony)
- ❑ Modulazione di potenza di motori di aspirapolveri (Matsushita)
- ❑ Interpretazione caratteri manoscritti (Sony)
- ❑ Controllo di fornace di cementifici
- ❑ Pilotaggio dei freni nella metropolitana di Sendai
- ❑ Controllo di ascensori
- ❑ Supporto alle decisioni in campo medico

Caratteristiche del Controllo Fuzzy

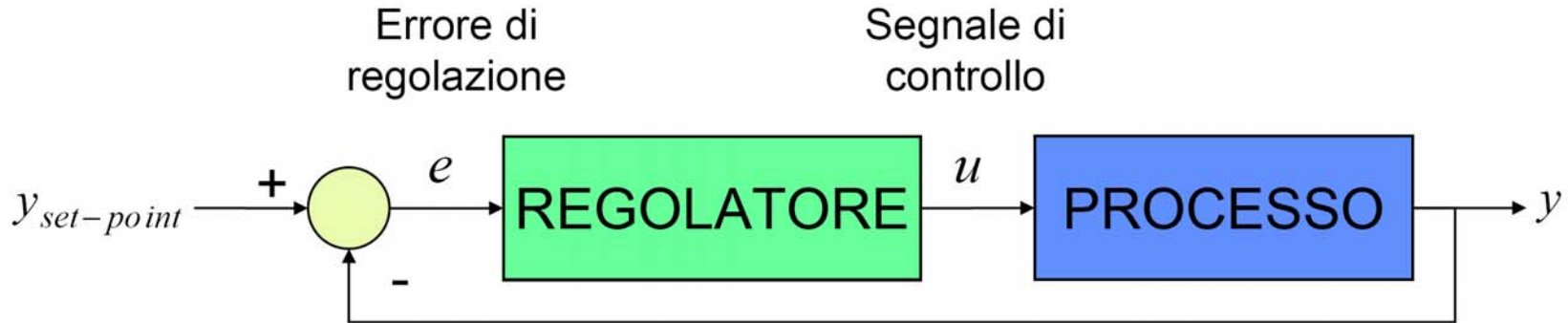
Pregi

- 1 - *Non è necessario un modello matematico dettagliato*
- 2 - *Può incorporare facilmente esperienza umana espressa in termini "qualitativi"*
- 3 - *E' robusto*
- 4 - *E' adattabile alle modifiche del processo*
- 5 - *E' "economico" perché con poche regole si può descrivere un processo di grande complessità*

Difetti

- 1 - *Non fornisce una descrizione dettagliata del processo*
- 2 - *Non è possibile usare tutte le tecniche "classiche" di progettazione, almeno nella versione "a regole" (Mamdani)*
- 3 - *E' euristico (almeno nella forma più semplice)*
- 4 - *Non garantisce alcuna ottimalità (però funziona...)*

Sistema di Controllo in Generale



- Il regolatore è in genere un sistema dinamico che produce un segnale di controllo u in grado di portare l'uscita del processo y al valore voluto $y_{set-point}$
- Per fare questo, il regolatore usa generalmente l'errore di regolazione (e) e la sua derivata (r)
- La struttura del regolatore fuzzy è composta di regole del tipo:

$$IF \ e \text{ is } E \text{ AND } \frac{de}{dt} \text{ is } DE \text{ THEN } u \text{ is } U$$

Struttura del Controllo Fuzzy

-  Il regolatore fuzzy è basato sulla definizione delle seguenti quantità:
-  *Un insieme di qualificatori, sia per gli ingressi che per le uscite*
-  *Una procedura di fuzzificazione*
-  *Un insieme di regole che legano gli antecedenti ai conseguenti*
-  *Dei connettivi che realizzano le implicazioni ed i loro collegamenti*
-  *Una procedura di defuzzificazione*
-  *Dei guadagni di normalizzazione/denormalizzazione*

Controllore Fuzzy Basato su Regole

Un regolatore fuzzy è organizzato come una serie di implicazioni logiche dalle quali si ricava in modo deduttivo l'azione di controllo

IF {Condizioni sull' errore} THEN {Controllo}

Utilizzando la logica fuzzy ciò equivale a:

IF (e is A_1) AND (è is A_2) THEN (u is B)

L'affermazione fuzzy *e is A* è da intendersi come il **grado di appartenenza** di *e* al qualificatore fuzzy A_1 .

Uguualmente per il conseguente.

Più deduzioni fuzzy, si collegano usando il connettivo **ELSE**

R₁ : IF (e is $A_{1,1}$) AND (è is $A_{1,2}$) THEN (u is B_1)

ELSE

R₂ : IF (e is $A_{2,1}$) AND (è is $A_{2,2}$) THEN (u is B_2)

ELSE

.....

R_m : IF (e is $A_{m,1}$) AND (è is $A_{m,2}$) THEN (u is B_m)

Inferenza Fuzzy e Controllo

R_1 : IF (e is $A_{1,1}$) AND ($\dot{e}$ is $A_{1,2}$) THEN (u is B_1)
ELSE

R_2 : IF (e is $A_{2,1}$) AND ($\dot{e}$ is $A_{2,2}$) THEN (u is B_2)

e is $A_{1,1} \rightarrow \mu_1(e)$ $\dot{e}$ is $A_{1,2} \rightarrow \mu_2(\dot{e})$

e is $A_{2,1} \rightarrow \mu_3(e)$ $\dot{e}$ is $A_{2,2} \rightarrow \mu_4(\dot{e})$

u is $B_1 \rightarrow \mu_{b_1}(u)$ u is $B_2 \rightarrow \mu_{b_2}(u)$

Questo blocco di implicazioni viene risolto utilizzando gli operatori che si ritengono più opportuni. Ad esempio:

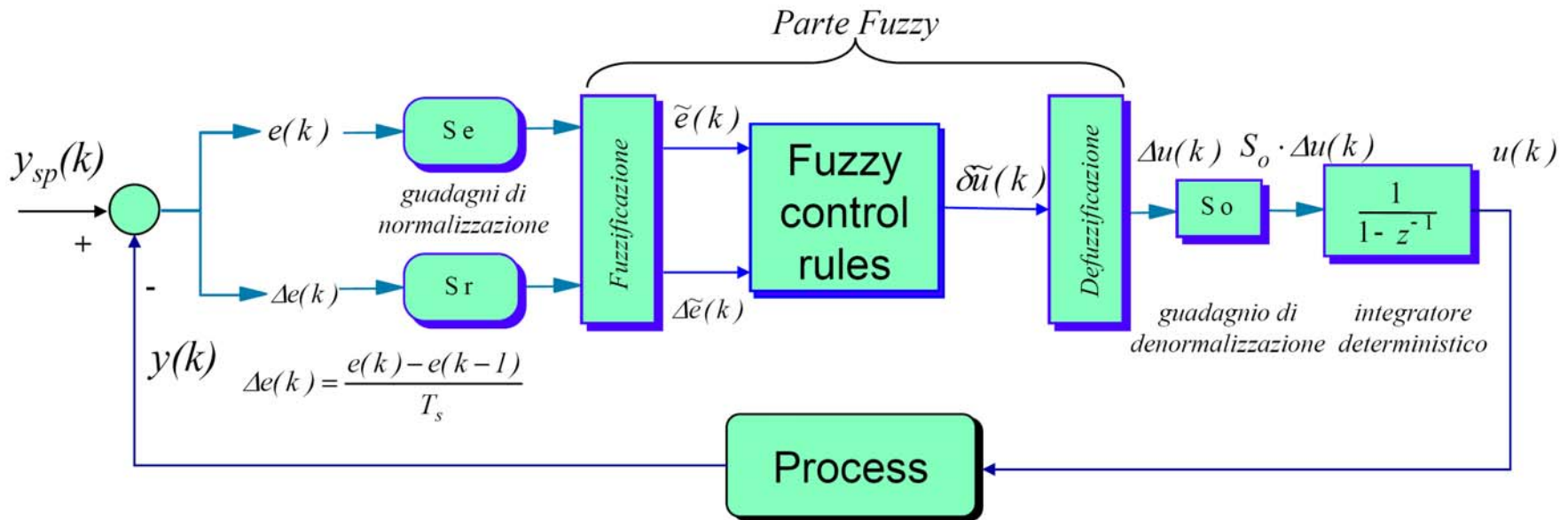
$AND = \min$ $THEN = \min$ $ELSE = \max$

$$\mu(u|e^*, \dot{e}^*) = \max \left\{ \begin{aligned} &\left[\min \left(\min \left(\mu_1(e^*), \mu_2(\dot{e}^*) \right), \mu_{b_1}(u) \right) \right] \\ &\left[\min \left(\min \left(\mu_3(e^*), \mu_4(\dot{e}^*) \right), \mu_{b_2}(u) \right) \right] \end{aligned} \right\}$$

$AND = \text{prod}$ $THEN = \text{prod}$ $ELSE = \max$

$$\mu(u|e^*, \dot{e}^*) = \max \left\{ \begin{aligned} &\left[\mu_1(e^*) \times \mu_2(\dot{e}^*) \times \mu_{b_1}(u) \right] \\ &\left[\mu_3(e^*) \times \mu_4(\dot{e}^*) \times \mu_{b_2}(u) \right] \end{aligned} \right\}$$

Regolatore Fuzzy: Struttura



La regolazione è basata sull'errore $e(t)$ e sulla sua derivata $\Delta e(t)$.
 Generalmente si inserisce un'azione integrale (deterministica) all'uscita del regolatore fuzzy, perché questo non dà garanzie di inseguimento

$$u(t) = u(t-1) + \Delta u(t)$$

Le regole di controllo vengono specificate in modo euristico

Generazione delle Regole

Originariamente le regole venivano specificate su base euristica, spesso facendo riferimento ad esperienze di operatori umani. In questo modo si possono introdurre caratteristiche non descrivibili in termini numerici precisi.

Si possono definire delle *meta-regole* generali, del tipo

- MR1** Se l'errore $e(t)$ ed il suo incremento $\Delta e(t)$ sono circa zero, mantieni il controllo attuale
- MR2** Se l'errore $e(t)$ tende a zero con un rateo soddisfacente, mantieni il controllo attuale
- MR3** Se l'errore $e(t)$ non è auto-correttivo, allora l'azione di controllo $\Delta u(t)$ dipende dal segno e grandezza di $e(t)$ ed $\Delta e(t)$

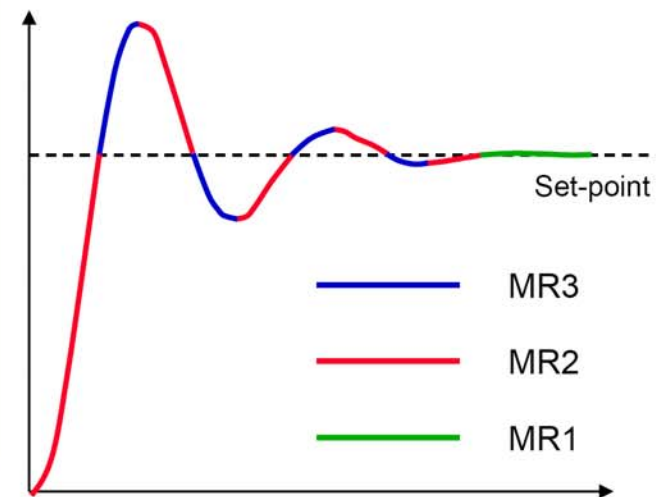


Tabella delle Regole di Controllo

- Se si usano come antecedenti l'errore $e(t)$ e la sua variazione $\Delta e(t)$ l'implicazione fuzzy fra queste ed il segnale di controllo si può rappresentare sotto forma di tabella
- L'incrocio di ogni valore di $e(t)$ e di $\Delta e(t)$ dà la regola da attivare.
- Il grado di attivazione della regola di controllo dipende dal grado di verità complessivo degli antecedenti nella regola corrispondente.

		e				
		PB	PS	ZZ	NS	NB
Δe	PB	PB	PB	PS	PS	ZZ
	PS	PB	PS	PS	ZZ	NS
	ZZ	PS	PS	ZZ	NS	NS
	NS	PS	ZZ	NS	NS	NB
	NB	ZZ	NS	NS	NB	NB

Etichette "linguistiche" delle regole

PB = Positive Big
 PS = Positive Small
 ZZ = Zero
 NS = Negative Small
 NB = Negative Big

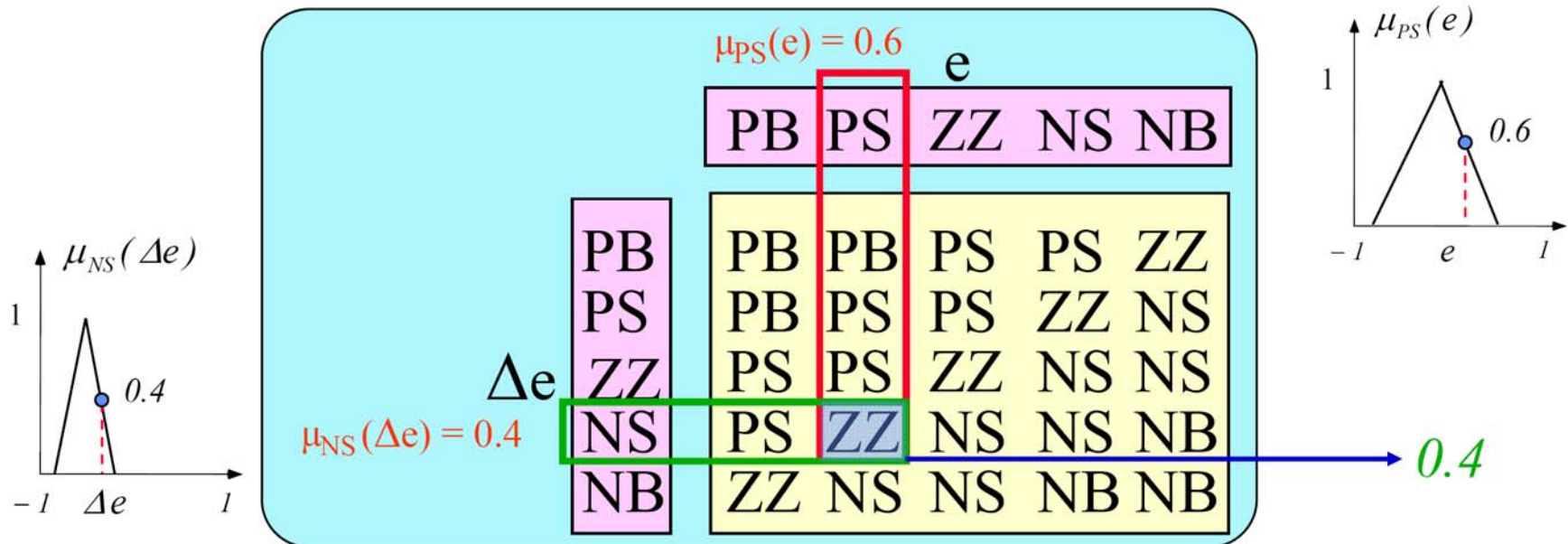
Tabella delle Regole: Esempio

👉 *Esempio:* se il grado di appartenenza di $e(t)$ al rappresentatore PS è 0.6: $\mu_{PS}(e) = 0.6$ e il grado di appartenenza di Δe al rappresentatore NS è 0.4: $\mu_{NS}(\Delta e) = 0.4$, il grado di attivazione della corrispondente regola ZZ è **0.4** nel caso che si sia usato l'operatore MIN

IF(e is PS) *AND* (Δe is NS) *THEN* (u is ZZ)

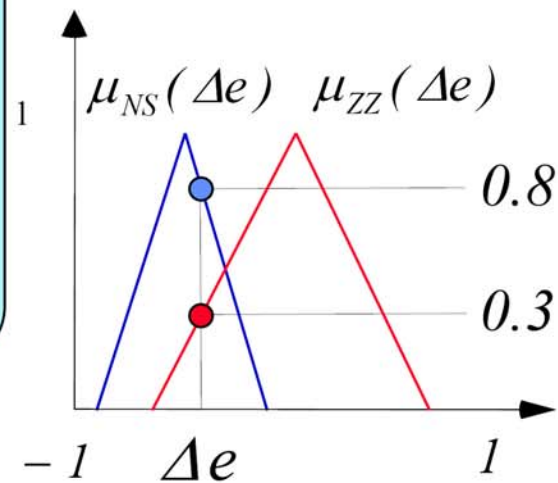
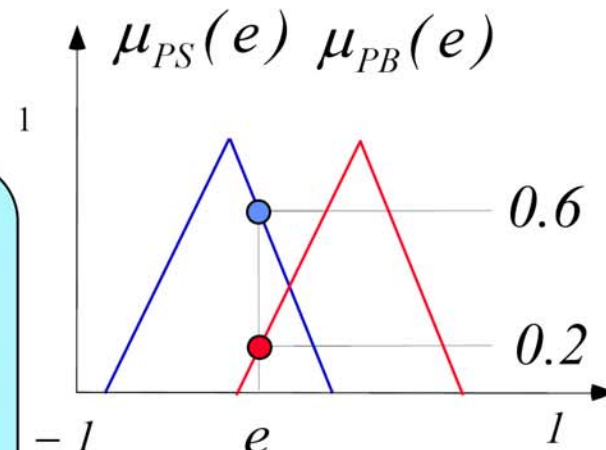
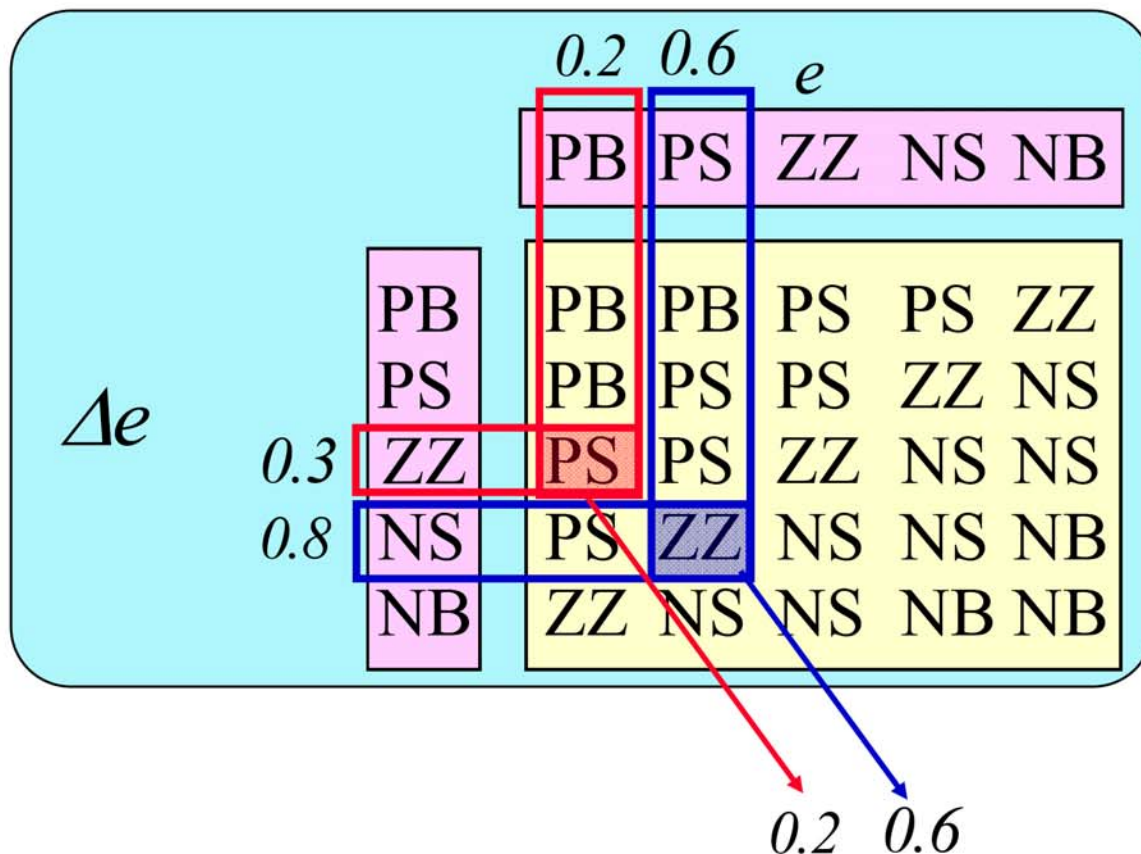
$$\mu_{PS}(e) \wedge \mu_{NS}(\Delta e) \wedge \mu_{ZZ}(\Delta u)$$

$$\mu_{ZZ}(u) = \min(\mu_{PS}(e), \mu_{NS}(\Delta e)) = \min(0.6, 0.4) = 0.4$$



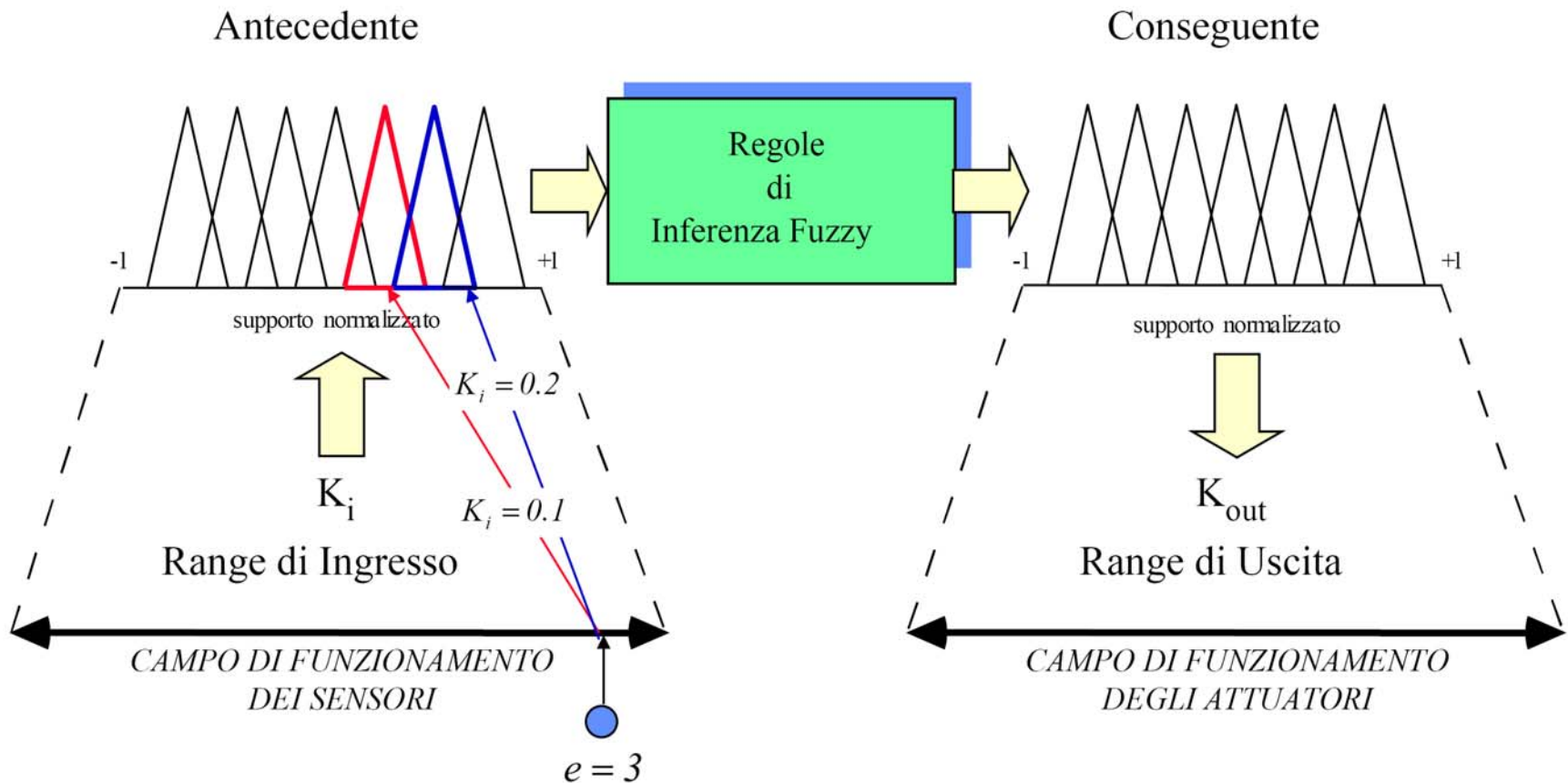
Attivazione delle Regole

In generale ogni coppia $(e, \Delta e)$ attiverà più di un rappresentatore, perciò verranno contemporaneamente attivate più regole



Normalizzazione dei Segnali

I guadagni di Normalizzazione/Denormalizzazione sono necessari per riportare i range delle variabili entro i limiti normalizzati

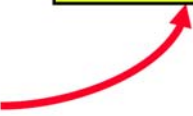


Controllo Fuzzy alla Sugeno

- ✎ Usa il medesimo metodo di inferenza in cui però il conseguente è un singolo valore deterministico (*singleton*)

$$R_i : IF e_t \text{ is } A_j \text{ AND } \Delta e_t \text{ is } A_k \text{ THEN } u_i = k_i$$

*Valore assunto dall'uscita in funzione
del grado di verità dell'antecedente*



- ✎ Viene eliminato il problema della defuzzificazione: basterà effettuare la media dei vari singleton pesata con i gradi di verità degli antecedenti;
- ✎ Si può facilmente estendere l'espressione del controllo da valori costanti ($u = k$) ad una combinazione lineare di errore e sua derivata.

$$R_i : IF e_t \text{ is } A_j \text{ AND } \Delta e_t \text{ is } A_k \text{ THEN}$$

$$u_t^i = a_1^i e_t + a_2^i \Delta e_t + b_i$$

Regolatori Fuzzy e PID Standard

a) *Proporzionale-Integrale (PI)*

$$PI_{fuzzy} : \Delta u_{fuzzy} = f(e, \Delta e) = f(e(t), e(t-1))$$

$$PI_{determ.} : \Delta u_{PI} = K_p \cdot \Delta e(t) + K_I \cdot e(t)$$

b) *Proporzionale-Derivativo (PD)*

$$PD_{fuzzy} : u_{fuzzy} = f(e, \Delta e) = f(e(t), e(t-1))$$

$$PD_{determ.} : u_{PD} = K_P \cdot e(t) + K_d \cdot \Delta e(t)$$

c) *PID completo*

$$PID_{fuzzy} : \Delta u_{fuzzy} = f(e(t), e(t-1), e(t-2))$$

$$PID_{determ.} : \Delta u_{PID} = K_1 \cdot e(t) + K_2 \cdot e(t-1) + K_3 \cdot e(t-2)$$

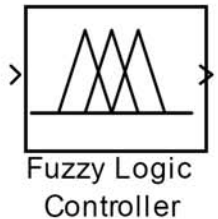
Progetto con Matlab® Fuzzy Toolbox

👉 Nella Fuzzy Toolbox (Matlab)

- Definire il tipo di inferenza (Mamdani o Sugeno)
- Definire li operatori per i connettivi delle implicazioni (AND, THEN, ELSE)
- Definire le membership di ingressi e uscita
- Definire le regole
- verificare l'attivazione delle regole (rule viewer)
- Salvare la FIS

👉 In Simulink

- Definire il modello del processo
- costruire l'errore di regolazione (e) e il suo incremento (Δe)
- Inserire il blocco **Fuzzy Logic Controller** (dalla palette Fuzzy Logic Toolbox)
- Inserire il nome della FIS nella maschera dei parametri di questo blocco



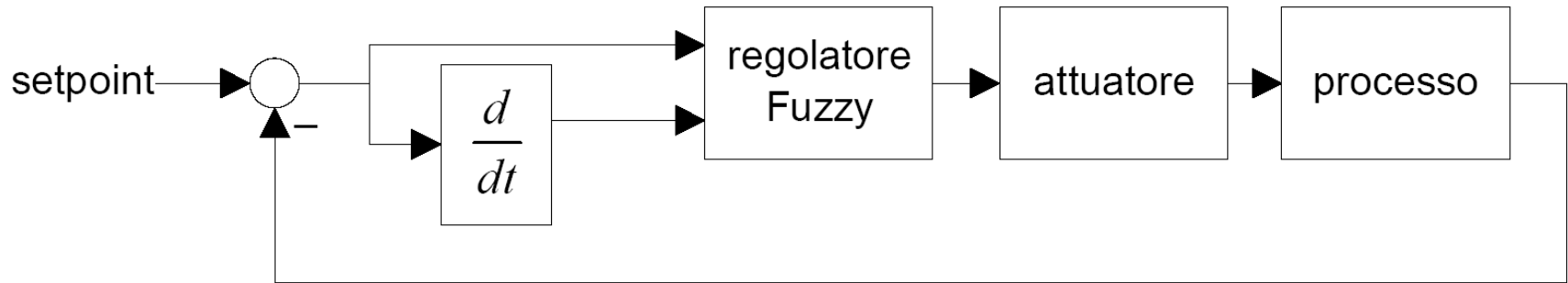
👉 Nel programma di lancio

- caricare la FIS
Nota il nome nei parametri Simulink deve essere uguale al nome assegnato con readfis
- effettuare la chiamata al Simulink

Esempi di Regolatori Standard

- Si basano sulla struttura dei PID
- Usano la logica fuzzy
- Osservazioni
- Esempio pratico

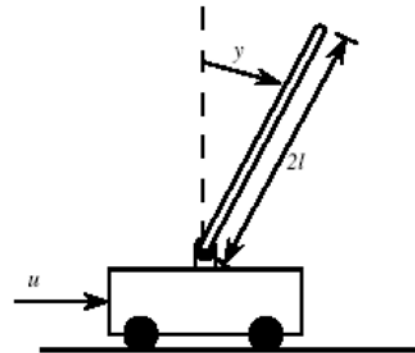
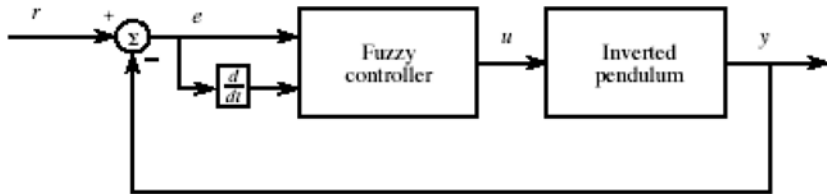
Controllori Fuzzy PD-like



- Struttura di regolatore fuzzy simile al PD

Descrizione Linguistica

- Errore, $e(t)$
- Variazione dell'errore, $de(t)/dt$, $\Delta e(t)$
- Forza, $u(t)$



$$e = -y$$

$$\frac{d}{dt}e = -\frac{d}{dt}y$$

Base delle Regole: Idea

- a) Se l'errore è NG e la variazione dell'errore è NG allora la forza è NG
- b) Se l'errore è Z e la variazione dell'errore è PP allora la forza è PP
- c) Se l'errore è PG e la variazione dell'errore è NP allora la forza è PP

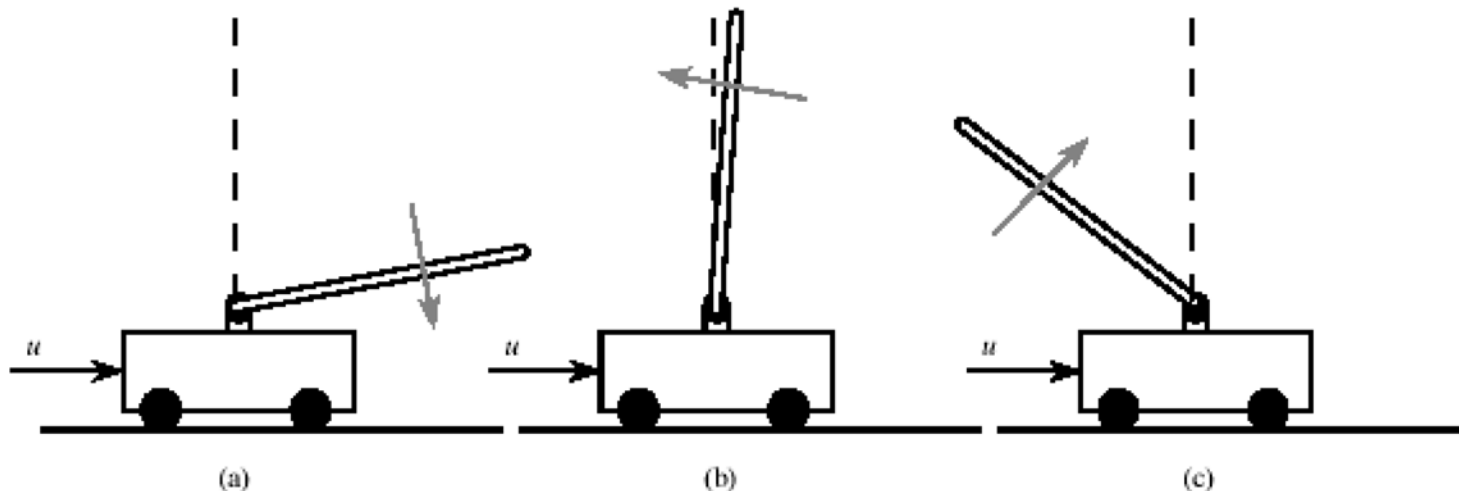


Tabella delle Regole

DERIVATA DELL'ERRORE

		Negativa	Zero	Positiva
ERRORE	Negativo			
	Zero			
	Positivo			

- In termini qualitativi
- Esempio di costruzione della tabella delle regole: uscita in funzione del valore di e e di Δe

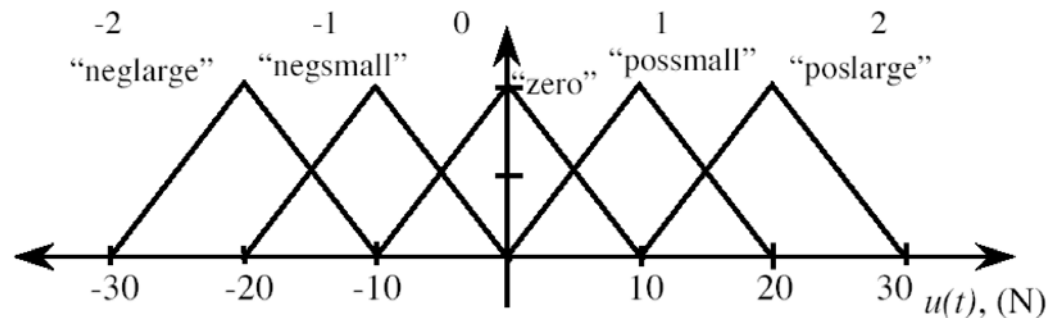
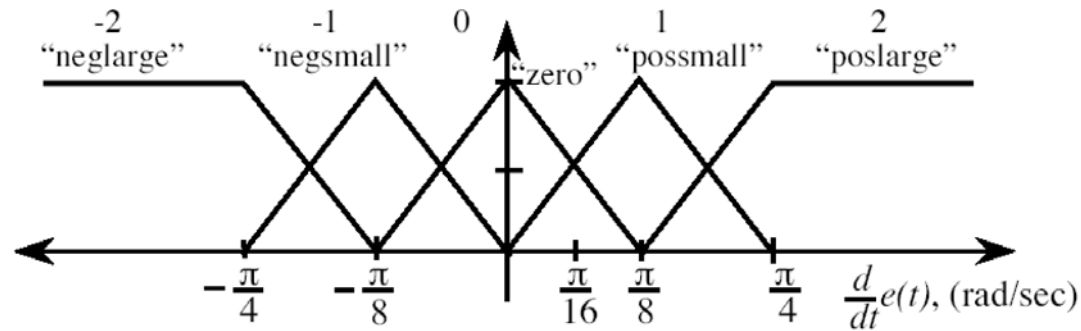
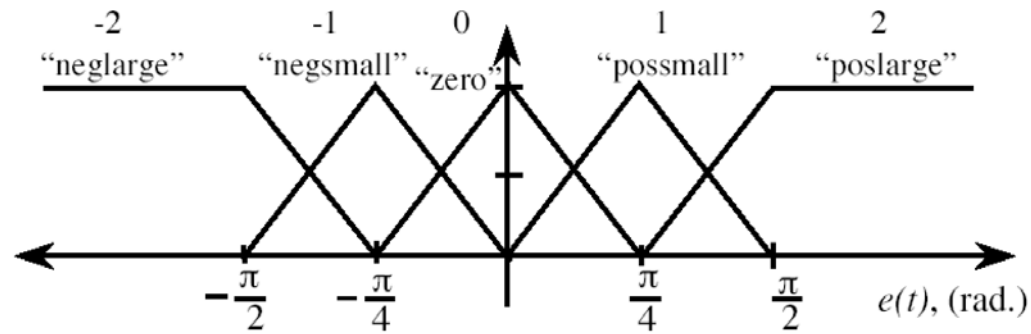
Tabella delle Regole – 2

e

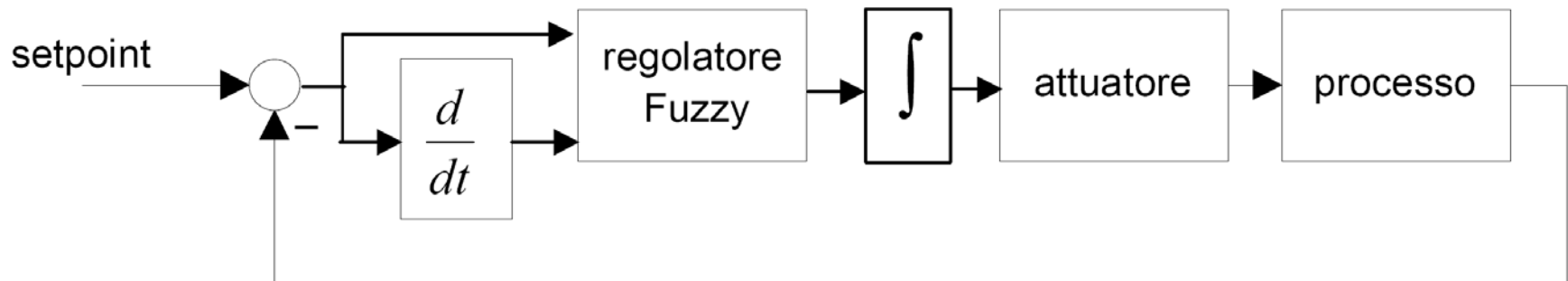
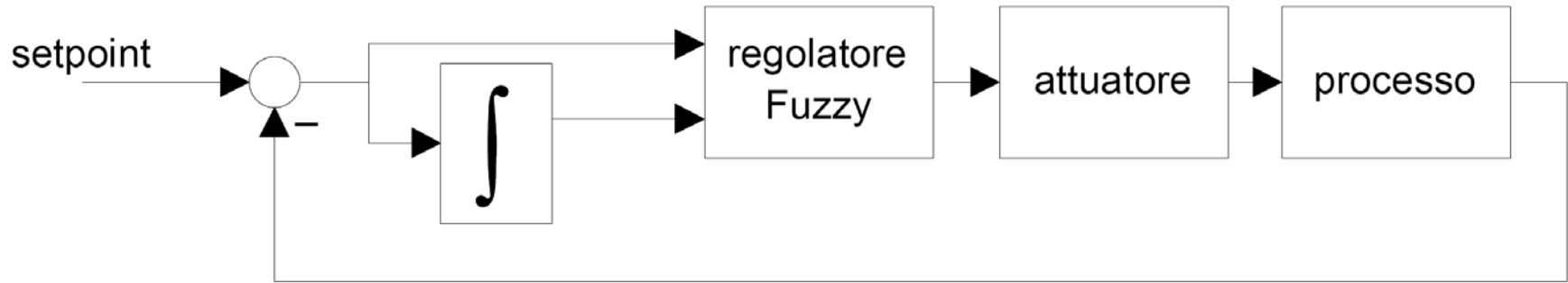
	Δe				
	NB	NS	Z	PS	PB
NB	NVB	NB	NM	NS	Z
NS	NB	NM	NS	Z	PS
Z	NM	NS	Z	PS	PM
PS	NS	Z	PS	PM	PB
PB	Z	PS	PM	PB	PVB

- Numero di regole
- Verso il progetto pratico
- Uscita del regolatore

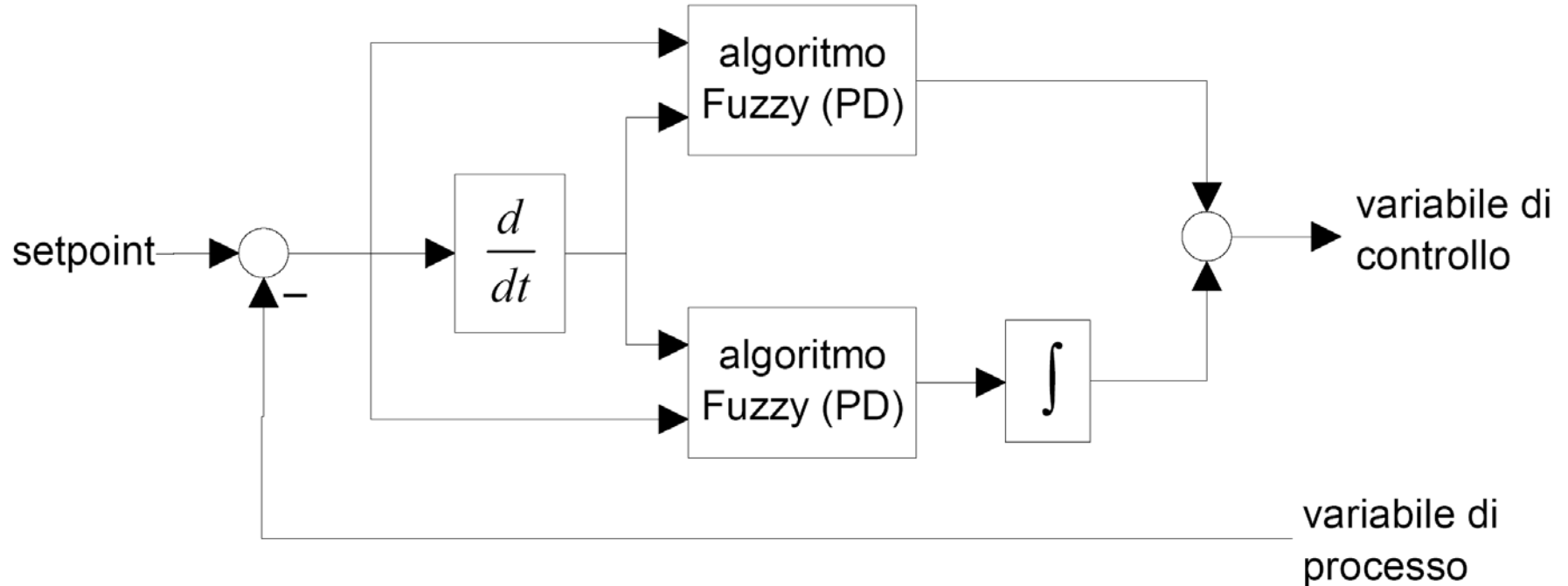
Controllo del Pendolo Inverso



Fuzzy PI-like



Fuzzy PID-like



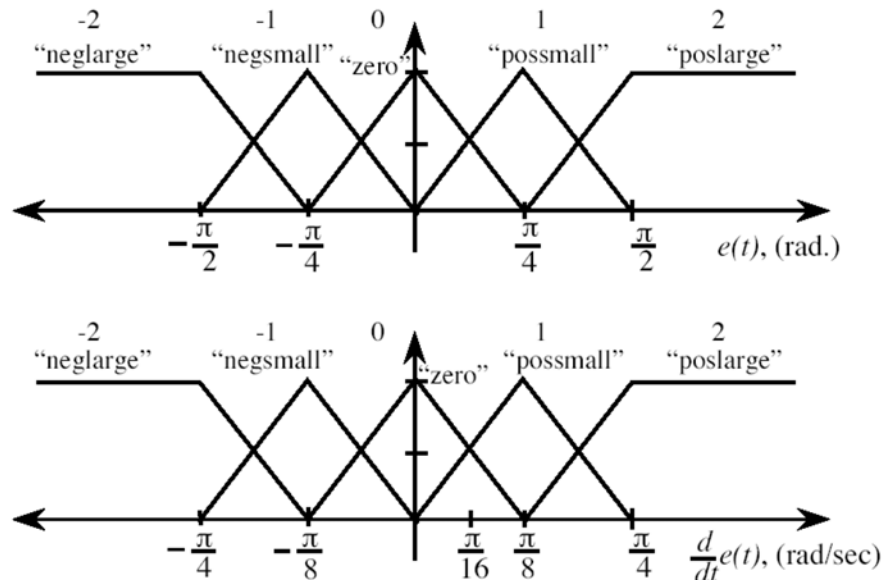
➤ Viene ridotto il numero delle regole!

Esempio di Fuzzyficazione

- Associazione del valore assunto da una variabile linguistica al valore della corrispondente membership function

$$e(t) = \pi/4 \quad \frac{d}{dt}e(t) = \pi/16$$

$$\mu_{possmall}(e(t)) = 1 \quad \mu_{zero}\left(\frac{d}{dt}e(t)\right) = \mu_{possmall}\left(\frac{d}{dt}e(t)\right) = 0.5$$



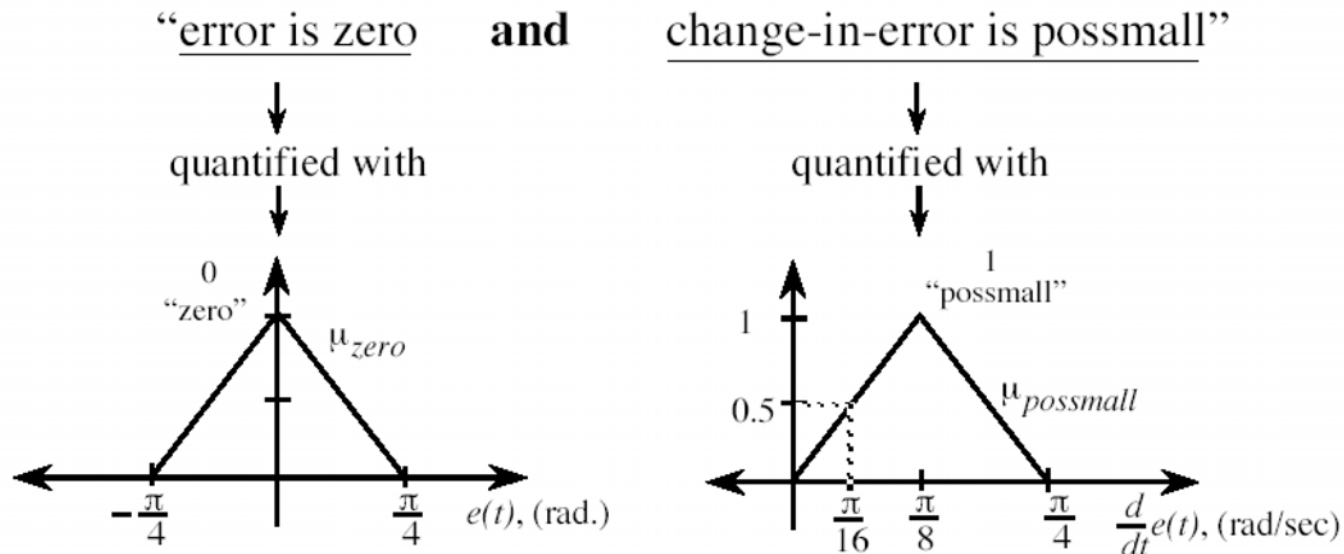
Esempio di Inferenza

Quantificazione dell'Antecedente

- Se l'errore è **Z** e la variazione dell'errore è **PP** allora la forza è **PP**

$$e(t) = \pi/8 \quad \frac{d}{dt}e(t) = \pi/32,$$

$$\mu_{zero}(e(t)) = 0.5 \quad \mu_{possmall}\left(\frac{d}{dt}e(t)\right) = 0.25$$



Inferenza: Esempio

Quantificazione dell'Antecedente

- $\mu_{premise}$, denota il grado di certezza dell'affermazione:

l'errore è Z e la variazione dell'errore è PP

- **Metodi per calcolare il grado di certezza di un'affermazione:**

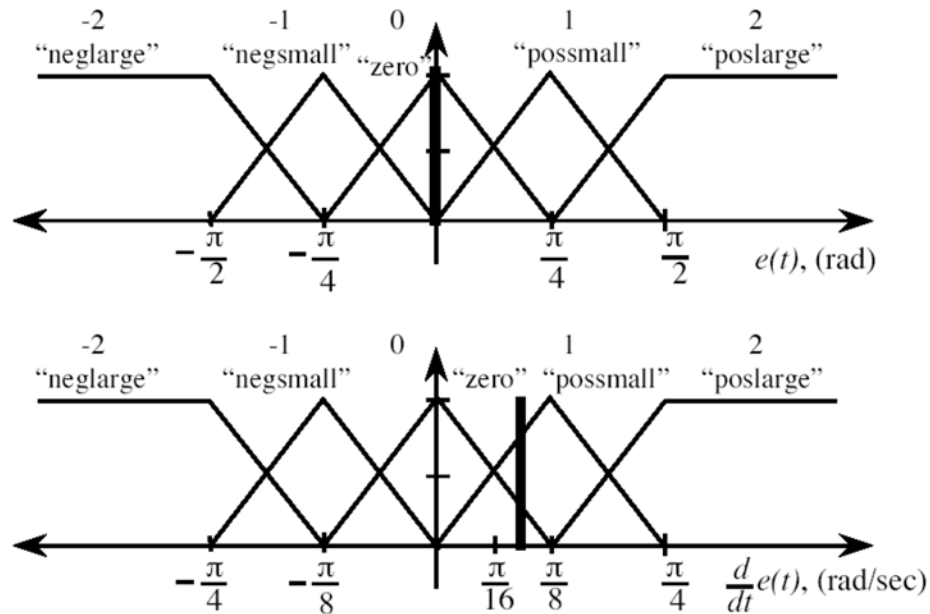
- **Minimo:** $\mu_{premise} = \min\{0.5, 0.25\} = 0.25,$

- **Prodotto:** $\mu_{premise} = (0.5)(0.25) = 0.125.$

Inferenza: Esempio

Attivazione delle Regole

$$e(t) = 0 \quad \frac{d}{dt}e(t) = \pi/8 - \pi/32 (= 0.294)$$



- Se l'errore è **Z** e la variazione dell'errore è **Z** allora la forza è **Z**
- Se l'errore è **Z** e la variazione dell'errore è **PP** allora la forza è **PP**

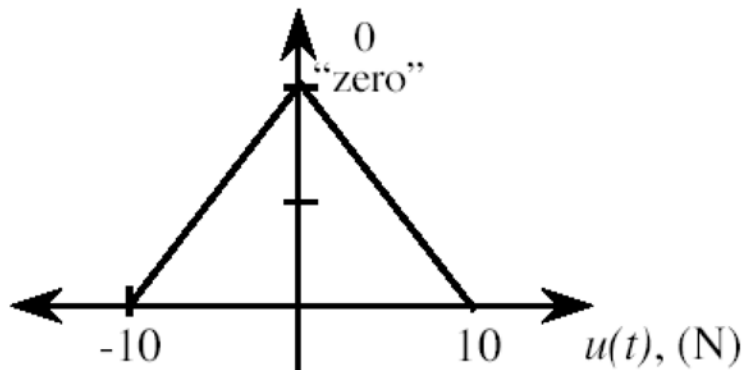
Inferenza: Esempio

Attivazione delle Regole -2

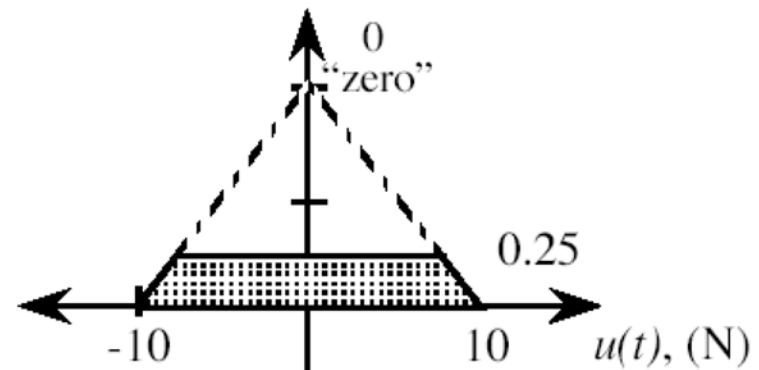
Regola 1: Se l'errore è Z e la variazione dell'errore è Z allora la forza è Z

$$\mu_{premise(1)} = \min\{0.25, 1\} = 0.25$$

$$\mu_{(1)}(u) = \min\{0.25, \mu_{zero}(u)\}$$



(a)



(b)

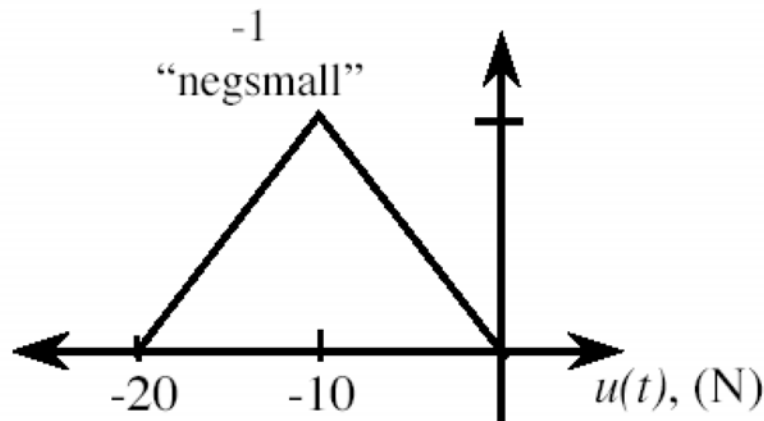
Inferenza: Esempio

Attivazione delle Regole -3

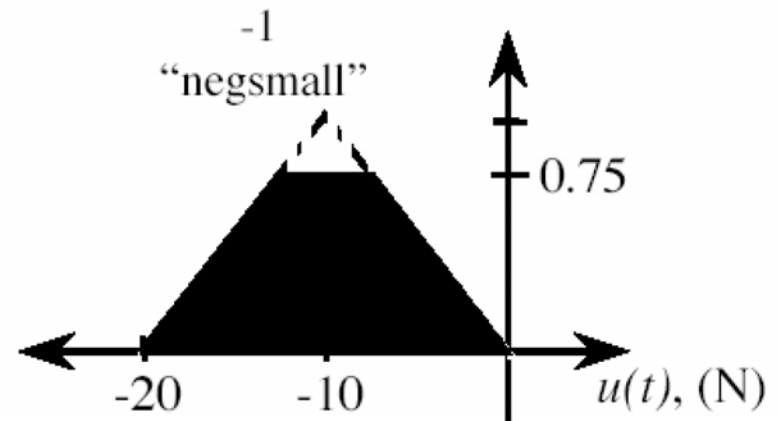
Regola 2: Se l'errore è Z e la variazione dell'errore è PP allora la forza è NP

$$\mu_{premise(2)} = \min\{0.75, 1\} = 0.75$$

$$\mu_{(2)}(u) = \min\{0.75, \mu_{negsmall}(u)\}$$



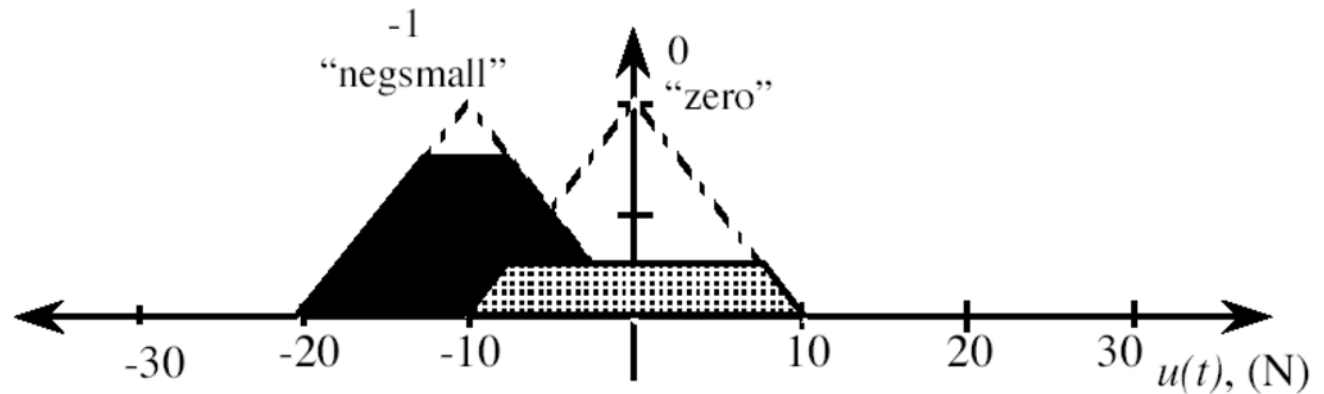
(a)



(b)

Defuzzificazione

➤ Metodo del COG (Centro di gravità)



$$u^{crisp} = \frac{\sum_i b_i \int \mu(i)}{\sum_i \int \mu(i)}$$

b_i denotano i centri delle membership functions

Defuzzificazione – 2

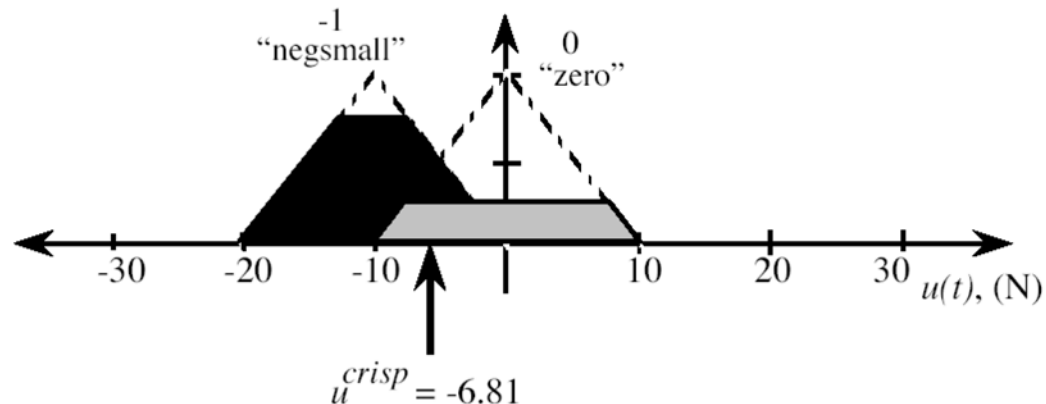
➤ Metodo del COG (Centro di gravità)

$$u^{crisp} = \frac{\sum_i b_i \int \mu_{(i)}}{\sum_i \int \mu_{(i)}}$$

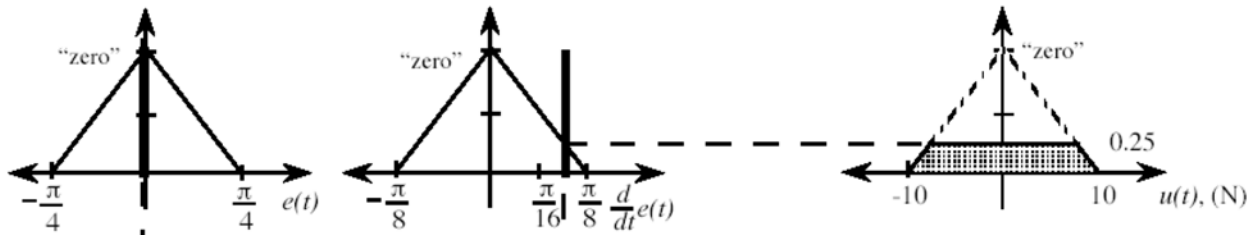
$$b_1 = 0.0$$

$$b_2 = -10$$

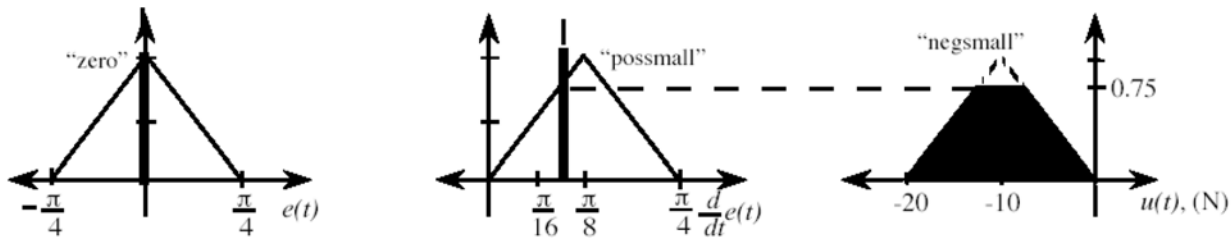
$$u^{crisp} = \frac{(0)(4.375) + (-10)(9.375)}{4.375 + 9.375} = -6.81$$



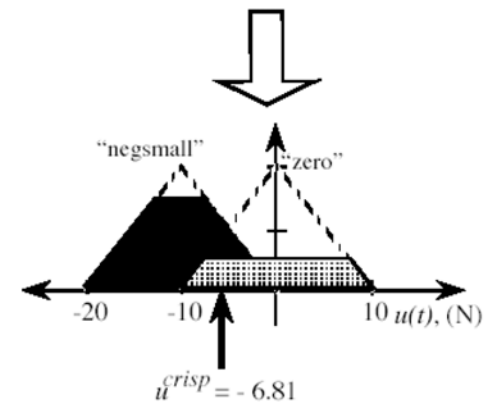
Riepilogo



If error is zero and change-in-error is zero Then force is zero



If error is zero and change-in-error is possmall Then force is negsmall



Riferimenti Bibliografici

- ✎ Yager R.R. e Filev D.P. (1994) *Essentials of Fuzzy Modelling and Control*, Wiley.
- ✎ Klir. G.J. e T.A. Folger (1988) *Fuzzy Sets, Uncertainty, and Information*, Prentice-Hall.
- ✎ Ross T.J. (1995) *Fuzzy Logic with Engineering Applications*, McGraw-Hill.
- ✎ Driankov D, Hellendoorn H., Reinfrank M. (1993) *An introduction to Fuzzy Control*, Springer-Verlag.
- ✎ Patyra M.J. e Mlynek D.M. (editors) (1996) *Fuzzy Logic, Implementation and Applications*, Wiley Teubner.
- ✎ Nguyen H.T., Sugeno M., Tong R. Yager R.R. (editors) (1995) *Theoretical Aspects of Fuzzy Control*, Wiley.
- ✎ Yager R.R. e Zadeh L.A. (editors) (1994) *Fuzzy Sets, Neural Networks, and Soft Computing*, Van Nostrand Reinhold.
- ✎ Wang, L. X. (1994) *Adaptive Fuzzy Systems and Control*. PTR Prentice Hall.