Test Autovalutazione – Laboratorio di Informatica Grande
21 Aprile 2017

Viene assegnato il seguente modello dinamico:

$$G(s) = \frac{1}{s(s+5)^2}$$

Utilizzando il metodo del luogo delle radici e il progetto del regolatore per tentativi, si determini il valore dei guadagni K_1 e K_2 delle seguenti reti correttrici:

$$R_1(s) = K_1 \; \frac{1+s/4.8}{1+s/4.5}$$

e

$$R_2(s) = K_2 \; \frac{1+s/9}{1+s/8}$$

affinché vengano verificate le seguenti specifiche per il sistema $G(s)$ chiuso in retroazione, in risposta al gradino unitario di riferimento, e compensato alternativamente dalle reti $R_1(s)$ e $R_2(s)$:

$$\begin{cases} S\% \leq 1\% \quad (\delta \geq 0.85) \\ \\ T_a \leq 2.5s. \end{cases}$$

Si determinini infine quale rete correttrice tra $R_1(s)$ e $R_2(s)$ consenta di ottenere le prestazioni migliori in termini di larghezza di banda o prontezza della risposta al gradino unitario di riferimento.

Risoluzione

In Matlab si definisce la funzione di trasferimento del sistema da controllare:

```
>> s=tf('s')

Transfer function:
s

>> Gs=1/(s*(s+5)^2)

Transfer function:
         1
-------------------
s^3 + 10 s^2 + 25 s

>>
```

e si definiscono i vettori che serviranno per il progetto del sistema di controllo in Simulink:

```
>> [numGs,denGs]=tfdata(Gs,'v')

numGs =

     0     0     0     1


denGs =

     1    10    25     0

>>
```

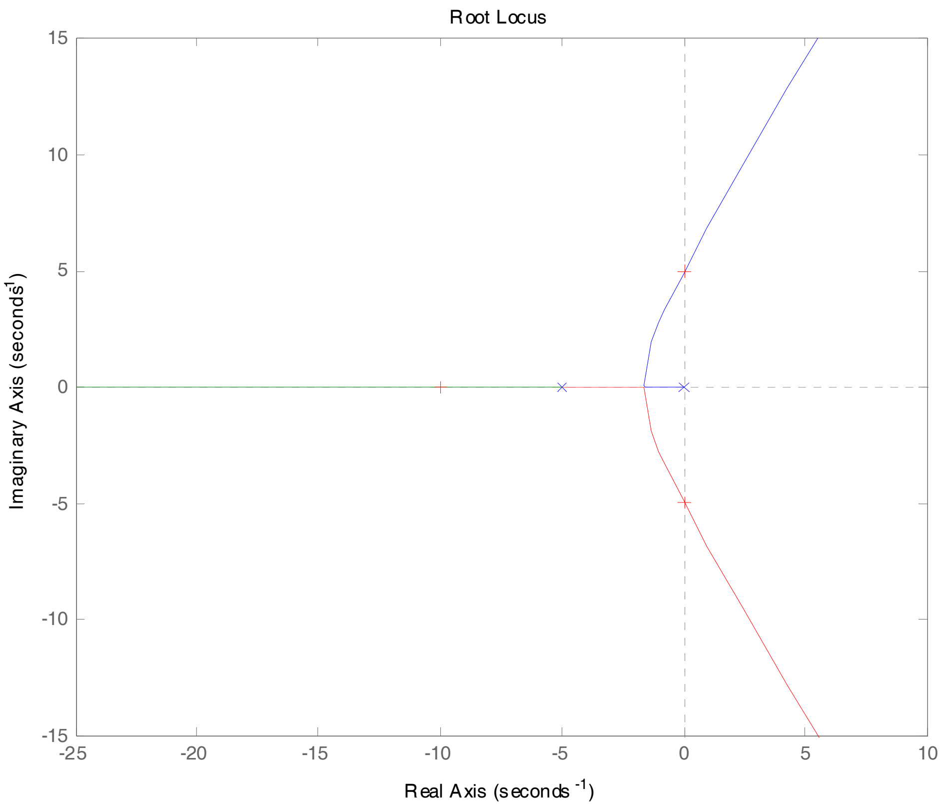
Si disegna il diagramma del luogo delle radici in Matlab e si realizza in Simulink lo schema del sistema non compensato in retroazione unitaria come rappresentato nelle seguenti figure.

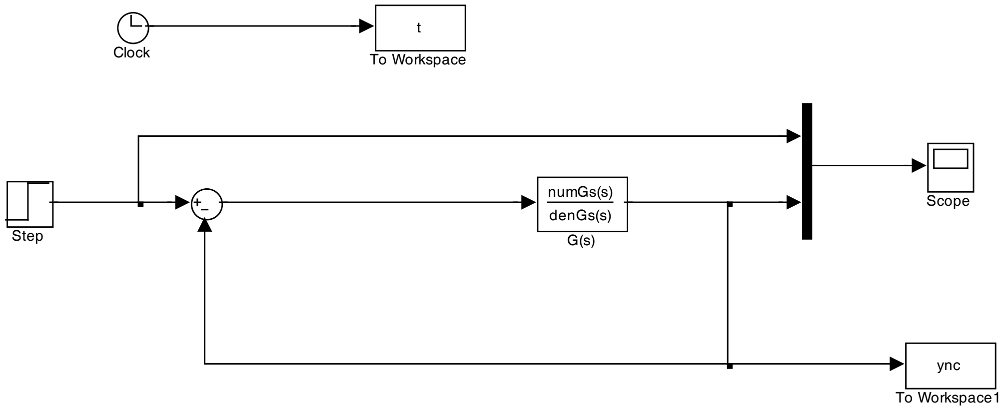
```
>>
>> rlocus(Gs)
>>
```

Si può osservare che il luogo delle radici per il sistema in retroazione unitaria, usando la funzione Matlab `rlocfind`, risulta stabile.

```
>>
>> Ku=rlocfind(Gs)
Select a point in the graphics window

selected_point =

  -0.0049 + 4.9872i


Ku =
```

```
  248.4790

>>
```



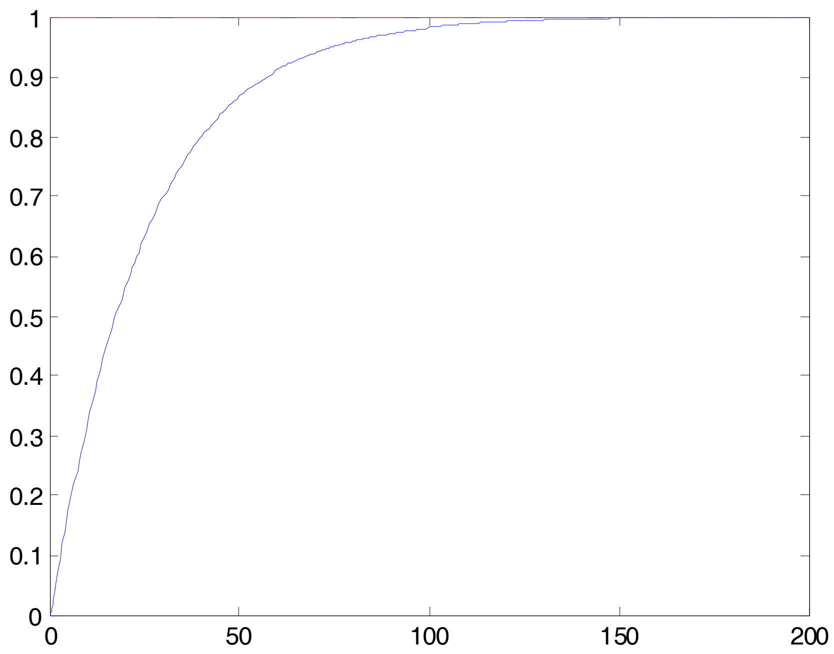


La risposta del sistema in retroazione unitaria non compensato al gradino unitario di riferimento risulta del tipo sovrasmorzato e con caratteristiche di dinamica molto lenta, dovute al valore del polo molto vicino all'asse delle ordinate che il sistema in retroazione assume per un guadagno unitario di $K=1$. Per tale valore il sistema in retroazione unitaria risulta inoltre stabile.

Le caratteristiche della risposta al gradino di riferimento per il sistema non compensato sono le seguenti:

```
>> lsiminfo(ync,t)

ans =

    SettlingTime: 96.2656
             Min: 0
         MinTime: 0
             Max: 0.9997
         MaxTime: 200

>>
```

ed una risposta al gradino rappresentata nella figura seguente:



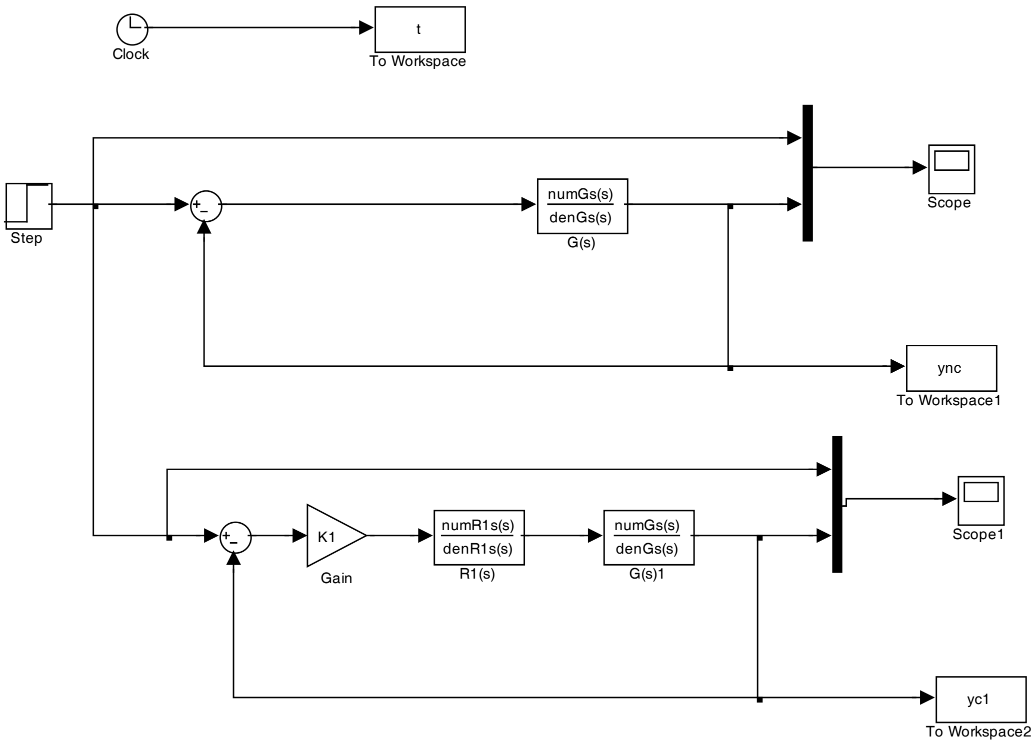
che certamente non soddisfa le specifiche richieste dal problema.

Si procede allora al progetto della prima rete correttrice $R_1(s)$:

```
>>
>> R1s=(1+s/4.8)/(1+s/4.5)

Transfer function:
4.5 s + 21.6
------------
4.8 s + 21.6

>> [numR1s,denR1s]=tfdata(R1s,'v')

numR1s =
```

```
    4.5000   21.6000


denR1s =

    4.8000   21.6000

>>
```

corrispondente al seguente schema Simulink:



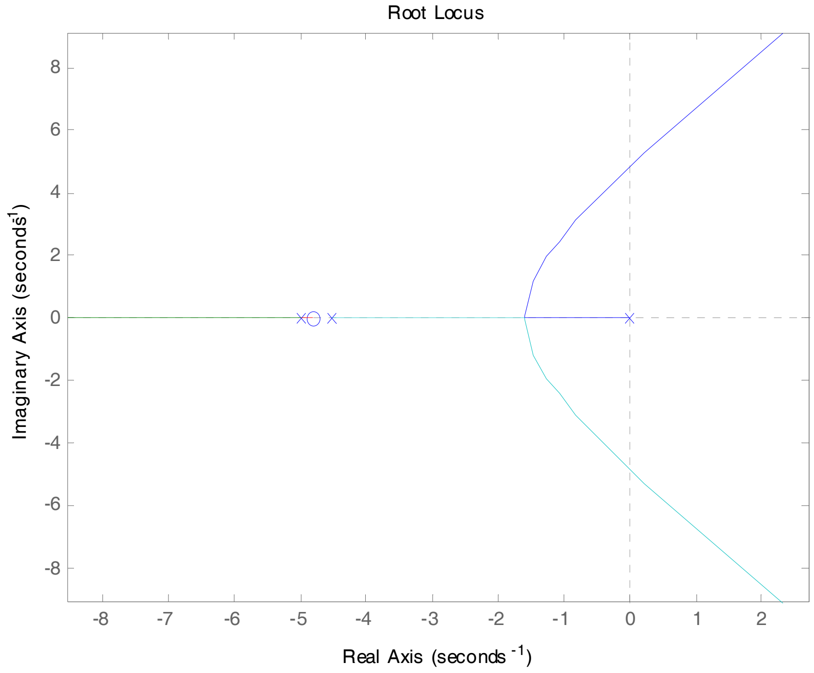
Si calcola quindi il guadagno di anello a cui andrà applicato il luogo delle radici e la determinazione del guadagno della prima rete correttrice che mi consente di ottenere il soddisfacimento delle specifiche definite dal problema:

```
>>
>> G1a=R1s*Gs

Transfer function:
            4.5 s + 21.6
------------------------------------
4.8 s^4 + 69.6 s^3 + 336 s^2 + 540 s

>>
```

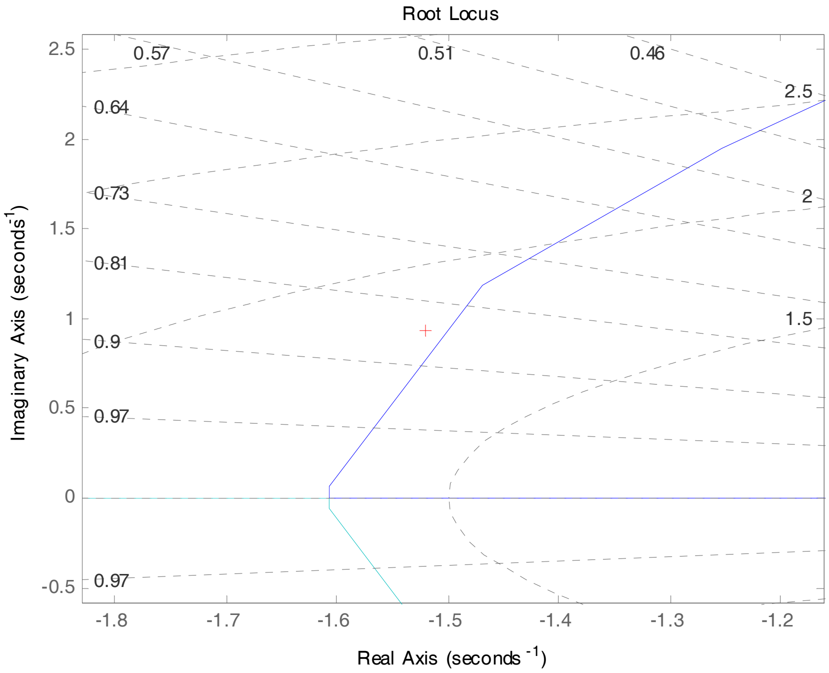
da cui calcolare il corrispondente luogo delle radici:

```
>>
```

```
>> rlocus(G1a)
>>
```



Si usa il luogo dei punti a δ costante per determinare, se esiste, il valore di K_1 per soddisfare le specifiche:




```
>>
>> sgrid
>> K1=rlocfind(G1a)
Select a point in the graphics window
```

```
selected_point =

  -1.4981 + 0.9324i


K1 =

   22.6462

>>
```

Il valore di primo tentativo di K_1 mi porta ad ottenere le seguenti caratteristiche:

```
>> lsiminfo(yc1,t)

ans =

    SettlingTime: 2.5513
             Min: 0
         MinTime: 0
             Max: 1.0058
         MaxTime: 3.5151

>>
```

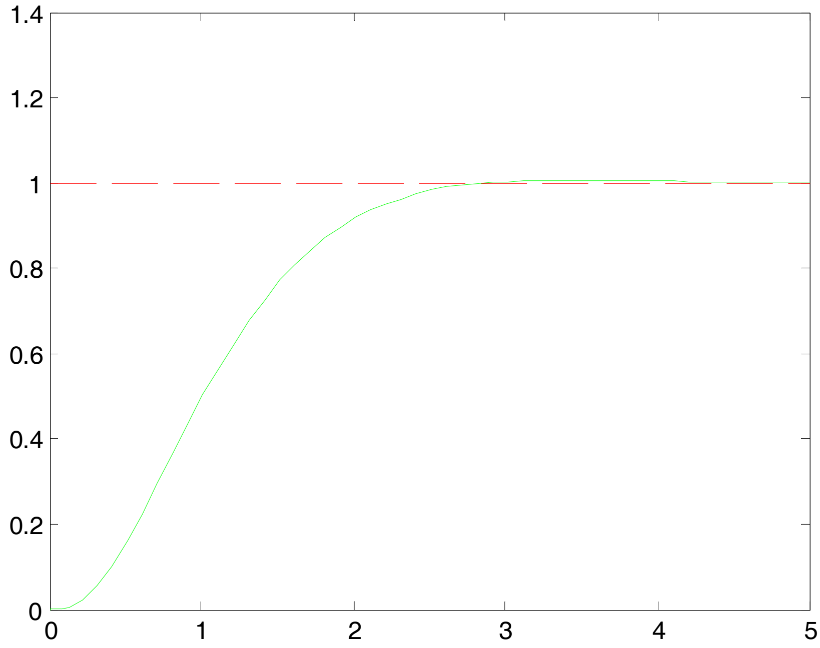
si prova a variare il valore di K_1 fino a 23, per ottenere le nuove prestazioni:

```
>> K1=23

K1 =

    23

>> lsiminfo(yc1,t)

ans =

    SettlingTime: 2.4851
             Min: 0
         MinTime: 0
             Max: 1.0070
         MaxTime: 3.4138

>>
```

che permette di soddisfare entrambe le richieste sul tempo di assestamento e la massima sovraelongazione, risultando $T_a = 2.48s.$ e $S\% = 0.7\%$.

La risposta al gradino di riferimento unitario compensato dalla prima rete correttrice risulta il seguente, ottenuto dalla seguente istruzione in Matlab:

```
>>
>> plot(t,ones(size(yc1)),'r--',t,yc1,'g-')
>>
```



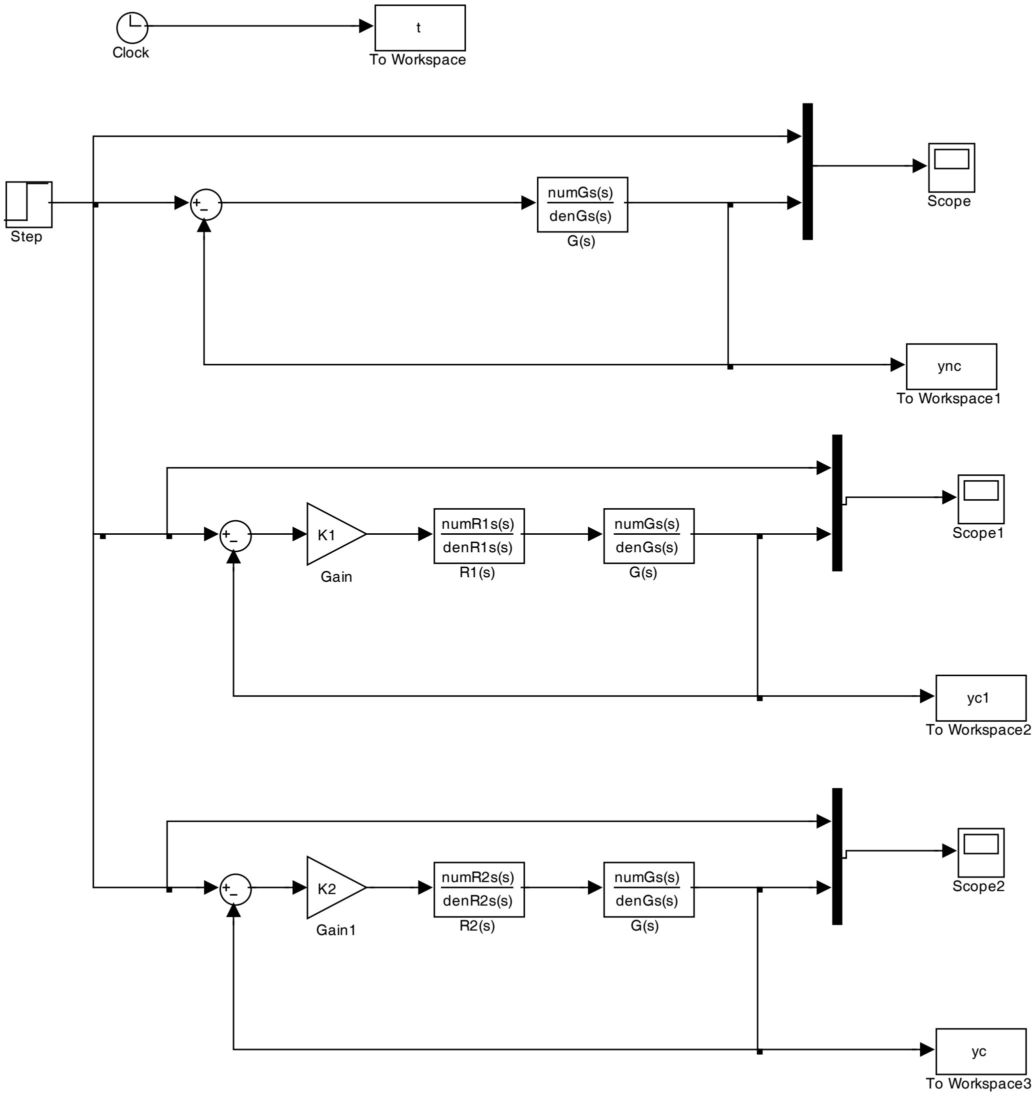
Allo stesso modo si definisce la seconda rete correttrice $R_2(s)$ come suggerito all'inizio del problema:

```
>>
>> R2s=(1+s/9)/(1+s/8)

Transfer function:

8 s + 72
--------
9 s + 72

>>
```

a cui corrisponde il seguente sistema in Simulink in retroazione compensato da $R_2(s)$:

```
>> [numR2s,denR2s]=tfdata(R2s,'v')

numR2s =

     8    72


denR2s =

     9    72

>>
```

Si definisce quindi il guadano di anello per il nuovo sistema compensato da $R_2(s)$, ovvero $G_{2a}(s) = R_s(s) \cdot G(s)$:

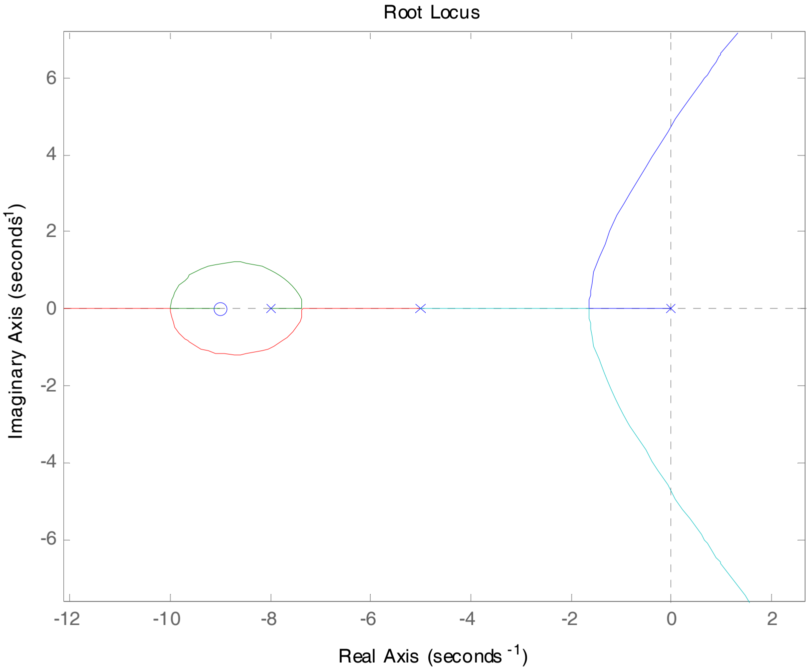



```
>>
>> G2a=R2s*Gs

Transfer function:
             8 s + 72
----------------------------------
9 s^4 + 162 s^3 + 945 s^2 + 1800 s

>>
```

Si disegna quindi il luogo delle radici per il sistema $G(s)$ quando viene compensato dalla rete correttrice $R_2(s)$:

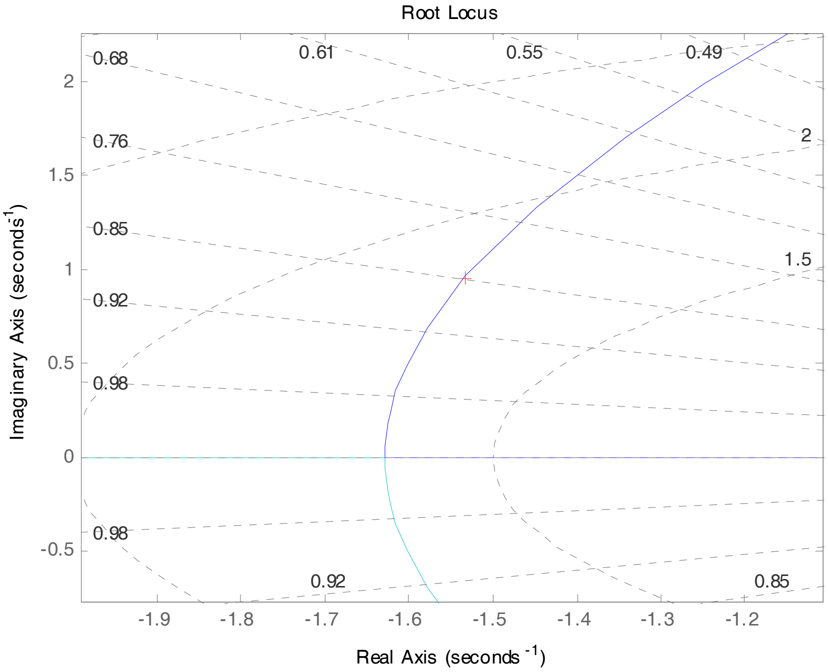
```
>>
>> rlocus(G2a)
>>
```

che produce il seguente grafico:



Si sovrappone quindi il luogo a δ costante e si determina il valore di K_2 di primo tentativo per la seconda rete correttrice $R_2(s)$:

```
>> sgrid
>> K2=rlocfind(G2a)
```



che porta al seguente valore di primo tentativo per K_2:

```
>> K2=rlocfind(G2a)
Select a point in the graphics window

selected_point =

  -1.5330 + 0.9573i


K2 =

   22.8422

>>
```

Tale valore porta ad ottenere le seguenti prestazioni:

```
>> lsiminfo(yc2,t)

ans =

    SettlingTime: 2.5085
             Min: 0
         MinTime: 0
             Max: 1.0062
         MaxTime: 3.5138

>>
```

Si modifica di poco il valore di $K_2 = 23$ e si ottengono i seguenti risultati:

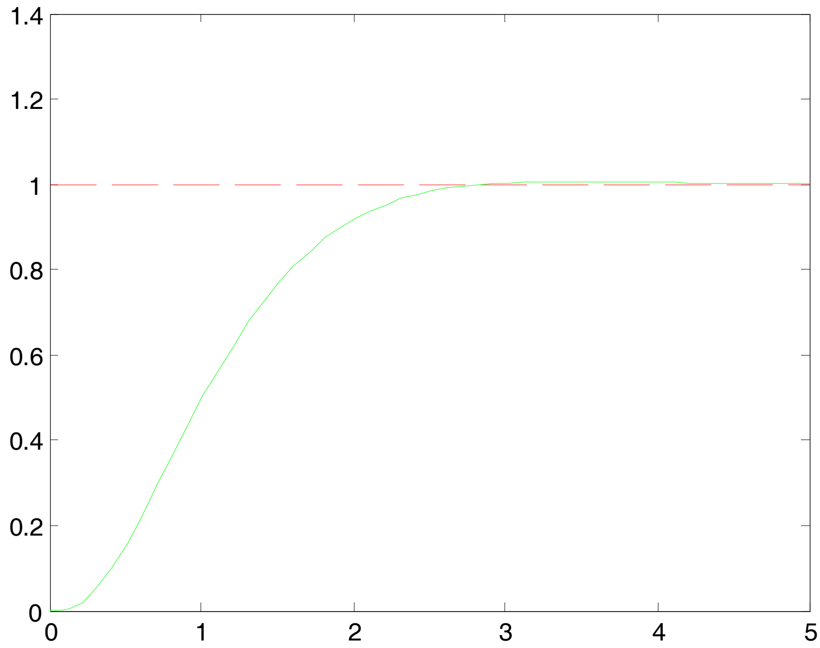
```
>> K2=23

K2 =

     23

>>
```

e dopo aver simulato il sistema Simulink, si ottengono queste nuove prestazioni:

```
>> lsiminfo(yc2,t)

ans =

    SettlingTime: 2.4812
             Min: 0
         MinTime: 0
             Max: 1.0068
         MaxTime: 3.4138

>>
```

corrispondenti a questa risposta al gradino unitario per il sistema $G(s)$ compensato da $R_2(s)$, ottenuto dalla seguente istruzione in Matlab:

```
>>
>> plot(t,ones(size(yc2)),'r--',t,yc2,'g-')
>>
```



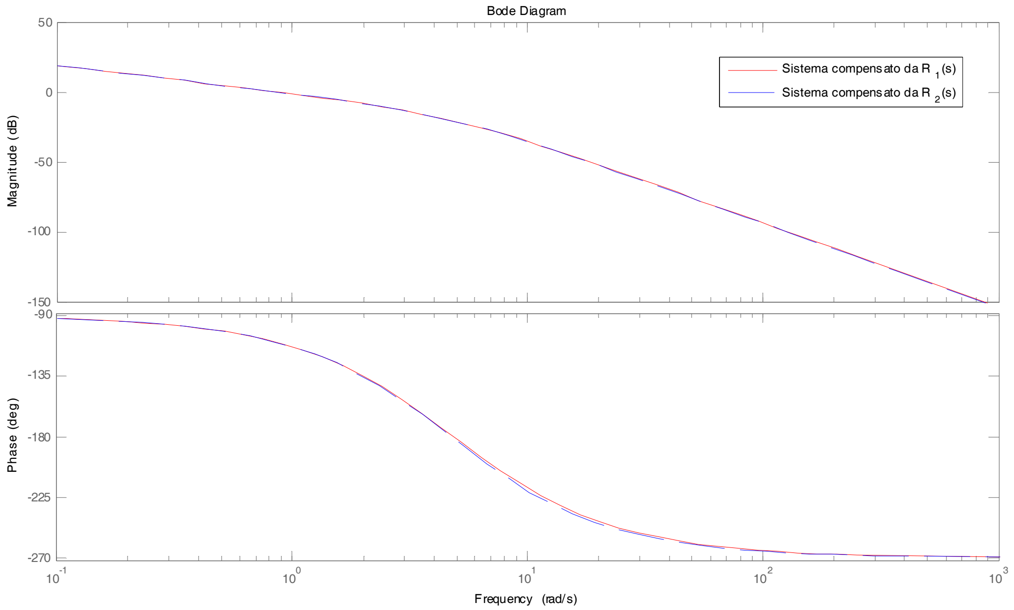
che corrisponde ad un $T_a = 2.48s.$ e $S\% = 0.7\%$.

Volendo ora scegliere la rete correttrice "migliore" secondo ad esempio la larghezza di banda del sistema complessivo in retroazione, si generano le seguenti due variabili:

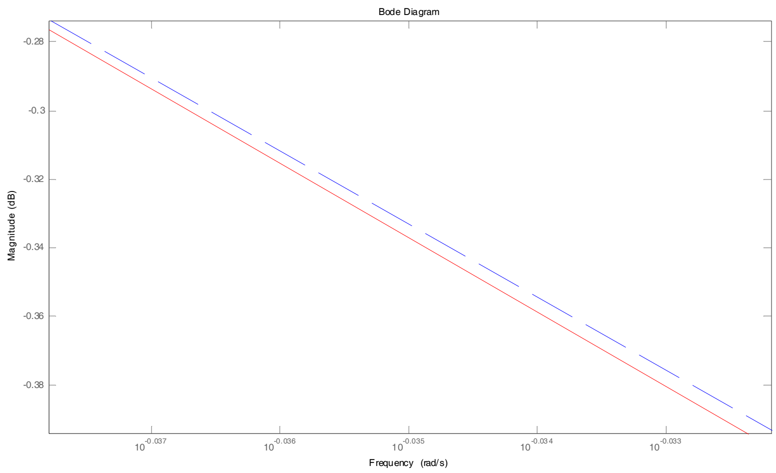
```
>> G1c=K1*R1s*Gs

Transfer function:
          103.5 s + 496.8
------------------------------------
4.8 s^4 + 69.6 s^3 + 336 s^2 + 540 s

>> G2c=K1*R2s*Gs

Transfer function:
           184 s + 1656
----------------------------------
9 s^4 + 162 s^3 + 945 s^2 + 1800 s

>>
```

e si disegnano i corrispondenti diagrammi di Bode con l'istruzione:

```
>>
>> bode(G1c,'-r',G2c,'--b')
>>legend('Sistema  compensato  da  R_1(s)','Sistema  compensato  da
R_2(s)')
>>
```



in cui però i diagrammi risultano difficilmente distinguibili. Per valutare quindi quantitativamente la larghezza di banda dei due sistemi, si potrebbe usare la funzione Matlab `bandwidth`. Purtroppo tale funzione non è utilizzabile per sistemi con guadagno in continua infinito, come nel nostro caso. Si procede quindi cercando di ingrandire l'immagine sopra per vedere quale dei due diagrammi risulta dominante:



Dall'immagine sopra, in maniera qualitativa, si può osservare che il sistema compensato dalla rete correttrice $R_2(s)$ *possiede banda lievemente maggiore*, e risulta quindi anche il regolatore migliore secondo la richiesta iniziale del problema.