Soluzione Esercizio Laboratorio 29 maggio 2017

Dato il sistema del 4° ordine descritto dalla funzione di trasferimento $G(s)$ nella forma seguente:

$$G(s) = \frac{1}{(1+s)(1+0.25s)(1+0.5s)(1+0.75s)}$$

viene inserito in Matlab attraverso i seguenti comandi:

```
>> s=tf('s')

Transfer function:
s

>> Gs=1/((s+1)*(1+s*0.25)*(1+0.5*s)*(1+0.75*s))

Transfer function:
                       1
------------------------------------------------
0.09375 s^4 + 0.7813 s^3 + 2.188 s^2 + 2.5 s + 1

>>

>> [numGs,denGs]=tfdata(Gs,'v')

numGs =

     0     0     0     0     1



denGs =
```

```
    0.0938    0.7813    2.1875    2.5000    1.0000

>>
```

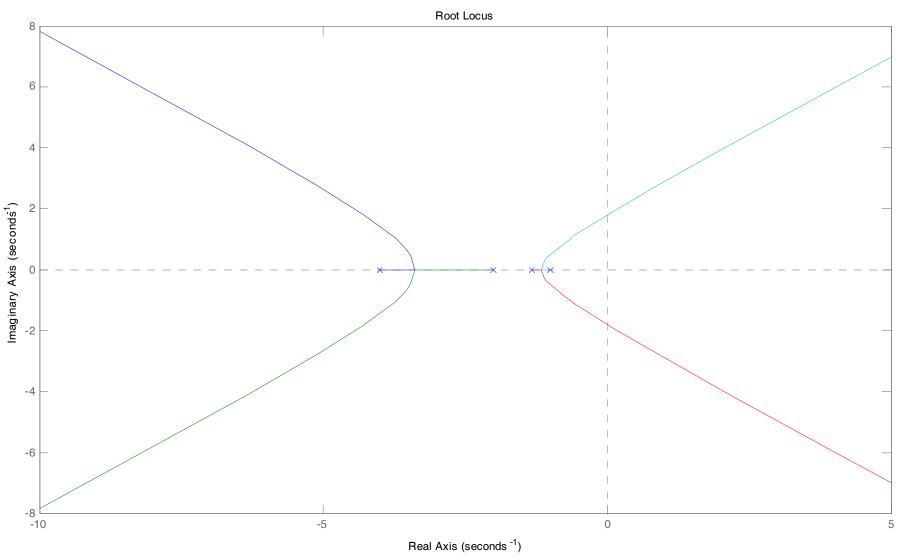
Per tale impianto $G(s)$ viene richiesto di progettare un regolatore standard PID a tempo continuo, i cui parametri sono inzialmente definiti in maniera empirica dalle relazioni di Ziegler-Nichols nella seguente forma:

$$\begin{cases} K_p = 0.6 K_c \\ K_i = 2 K_p / P_c \\ K_d = K_p P_c / 8 \end{cases}$$

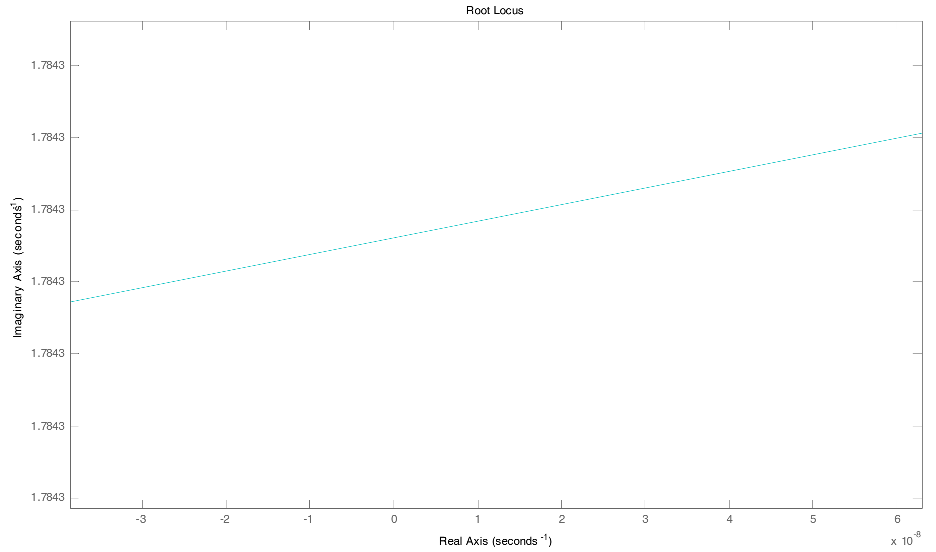
dove K_c e P_c sono rispettivamente il guadagno critico ed il periodo delle oscillazioni critiche che si innescano in uscita al sistema chiuso in retroazione con un guadagno K_c.

Attraverso il luogo delle radici del sistema $G(s)$ a tempo continuo vengono determinati tali parametri.

```
>> rlocus(Gs)
```



e col comando `rlocfind` si determina il guadagno K_c corrispondente ad uno dei due punti di intersezione dei due rami del luogo delle radici con l'asse delle ordinate, come rappresentato nell'ingrandimento della figura seguente.




```
>> Kc=rlocfind(Gs)
Select a point in the graphics window

selected_point =

  -0.0000 + 1.7843i


Kc =

    5.0143

>>
```

Si determina il valore di $P_c = \frac{2\pi}{\omega_c}$, con ω_c uguale alla parte immaginaria del punto di intersezione determinato sopra, ovvero $\omega_c = 1.7843$. Da tale valore si determina il periodo delle oscillazioni critico, uguale a $P_c = 3.5214$.

```
>> Wc= 1.7843

Wc =

    1.7843

>> Pc=2*pi/Wc

Pc =

    3.5214

>>
```

Dalle relazioni empiriche:

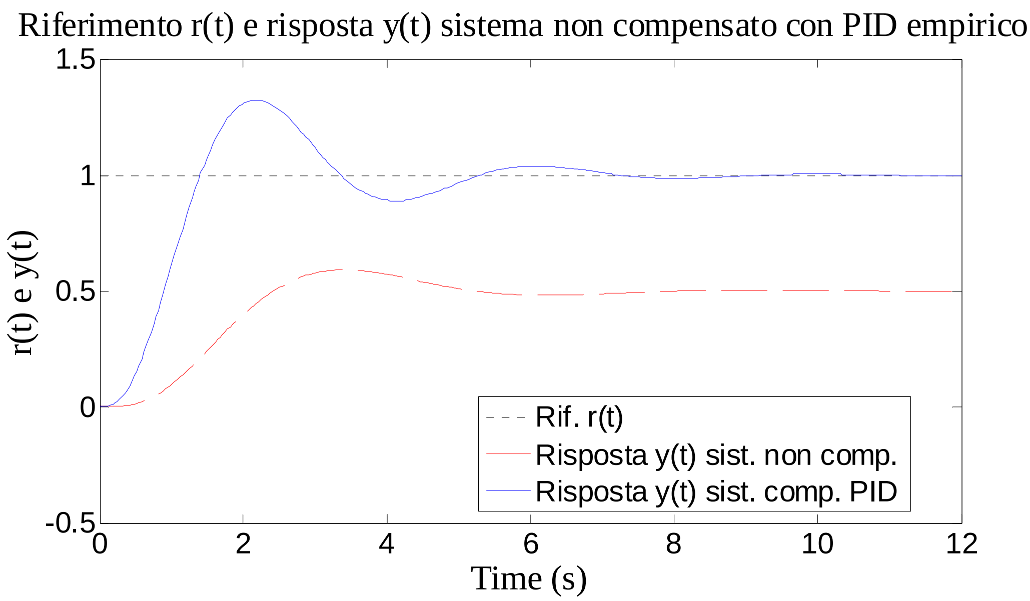
$$\begin{cases} K_p = 0.6 K_c \\ K_i = 2 K_p / P_c \\ K_d = K_p P_c / 8 \end{cases}$$

si determinano i parametri secondo Ziegler-Nichols:

```
>> Kp=0.6*Kc

Kp =

    3.0086

>> Ki=2*Kp/Pc
```

```
Ki =

    1.7087

>> Kd=Kp*Pc/8

Kd =

    1.3243

>>
```

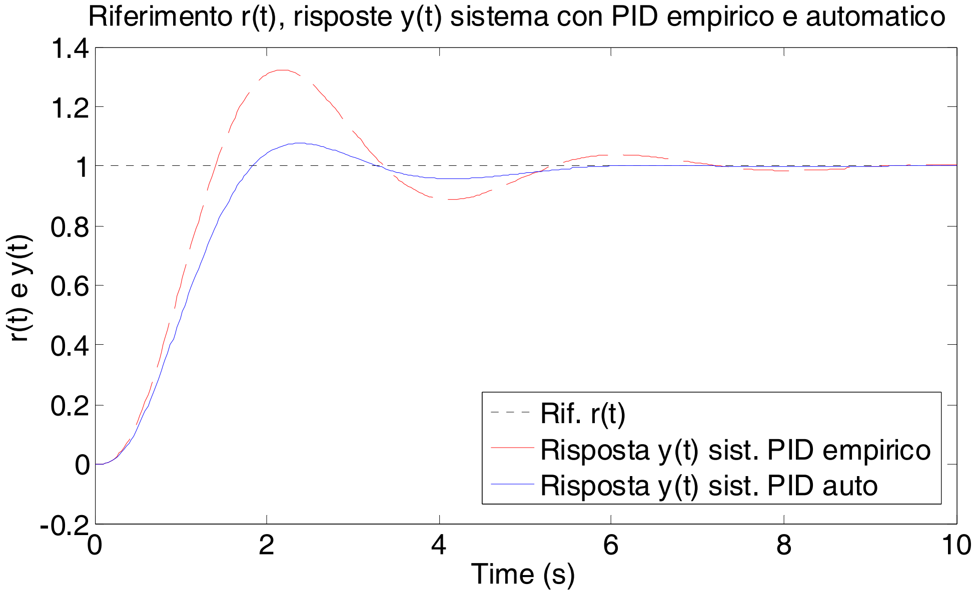
La figura seguente riporta il confronto tra sistema non compensato e risposta del sistema compensato dal PID con parametri empirici.



Si progetta successivamente il PID con taratura automatica, eseguita in maniera diretta dal blocco PID in Simulink a tempo continuo.

Nella figura seguente si controntano le risposte del sistema compensato dal PID i cui parametri sono stati ottenuti dalle formule di Ziegler Nichols rispetto a quella del sistema regolato dal PID con taratura automatica.

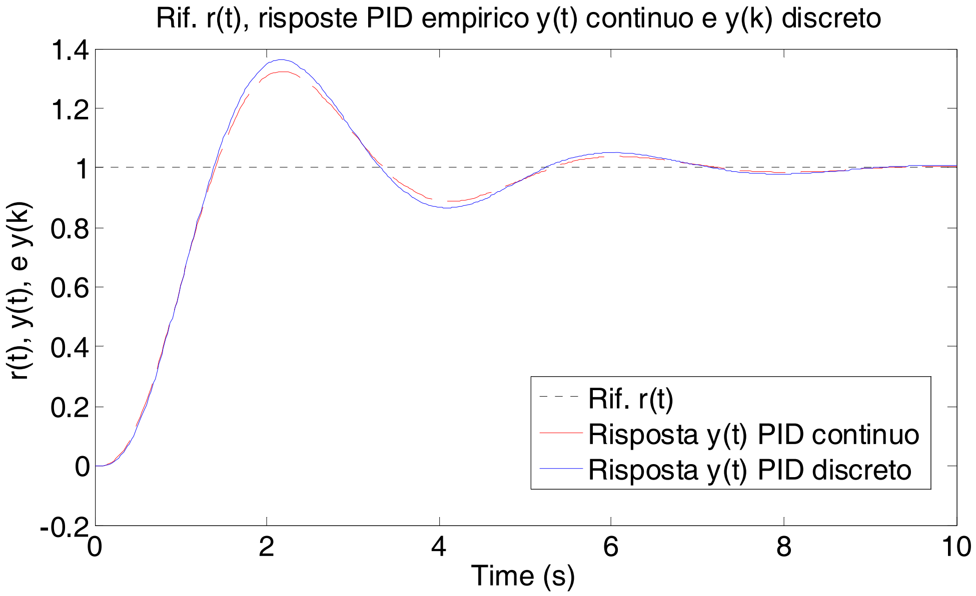
I benefici di tale taratura automatica appaiono evidenti, e soprattutto il miglioramento della sovraelongazione per il sistema che viene compensato dal PID con il meccanismo di taratura automatica dei parametri.



Si eseguono gli stessi confronti per i PID a tempo discreto i cui parametri sono gli stessi del PID a tempo continuo con taratura empirica, e quello i cui parametri sono calcolati con la procedura automatica di taratura eseguita dal blocco Simulink PID, però a tempo discreto.

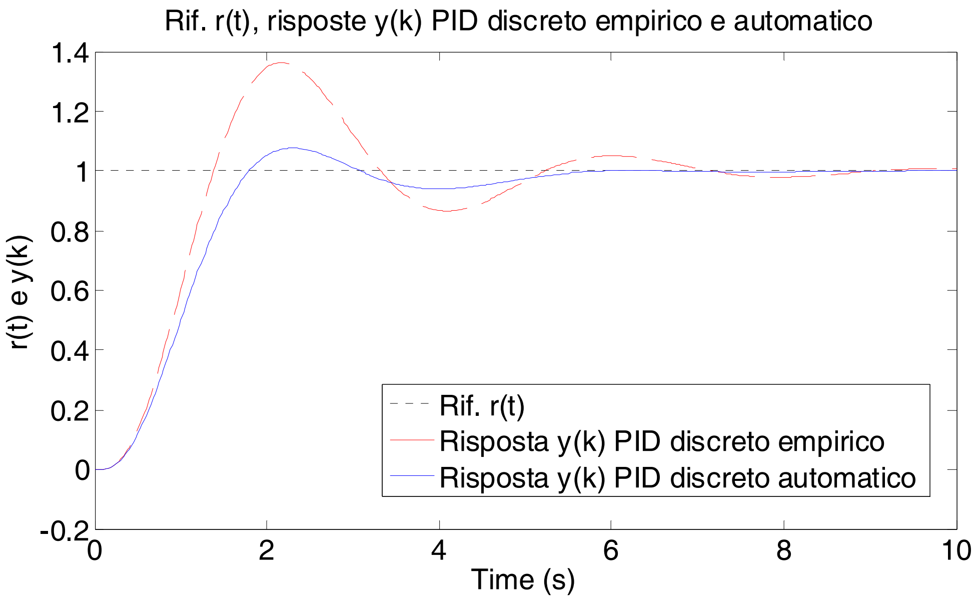
A tal fine si definisce il tempo di campionamento di $T = 0.05s$. La figura seguente confronta il PID a tempo continuo con taratura empirica e il PID a tempo discreto con gli stessi parametri ottenuti dalle formule empiriche di Ziegler-Nichols.

```
>>
>> T=0.05

T =

    0.0500

>>
>>
```



La differenza tra i regolatori PID continuo e discreto i cui parametri sono stati ottenuti dalle formule di Ziegler-Nichols appare evidente. L'inserimento del dispositivo di tenuta di ordine zero ha portato ad un lieve peggioramento delle prestazioni del sistema a tempo continuo, e in particolare ad un aumento, anche se limitato, della sovraelongazione.

La figura successiva riporta invece il confronto tra i due PID a tempo discreto, i cui parametri sono stati ottenuti per via empirica e con la procedura di taratura automatica.



In questo caso risulta maggiromente evidente il miglioramento nella risposta del PID a tempo discreto i cui parametri sono stati ottimizzati con la procedura di taratura automatica, in cui infatti viene tenuto conto a priori della presenza del dispositivo di tenuta di ordine zero.

L'ultima figura infine riporta lo schema Simulink che è stato utilizzato per ottenere i confronti dei PID progettati. Si ricordi che prima di lanciare la procedura di ottimizzazione, i campi corrispondenti ai parametri dei PID (sia a tempo continuo che a tempo discreto) devono essere lasciati ai valori di default, oppure tutti ad 1.