

Test Autovalutazione – Laboratorio di Informatica Grande
11 Aprile 2018

Viene assegnato il seguente modello dinamico:

$$G(s) = \frac{1}{s(s+5)^2}$$

Utilizzando il metodo del luogo delle radici e il progetto del regolatore per tentativi, si determini il valore dei guadagni K_1 e K_2 delle seguenti reti correttrici:

$$R_1(s) = K_1 \frac{1 + s/4.8}{1 + s/4.5}$$

e

$$R_2(s) = K_2 \frac{1 + s/9}{1 + s/8}$$

affinché vengano verificate le seguenti specifiche per il sistema $G(s)$ chiuso in retroazione, in risposta al gradino unitario di riferimento, e compensato alternativamente dalle reti $R_1(s)$ e $R_2(s)$:

$$\begin{cases} S\% \leq 1\% & (\delta \geq 0.85) \\ T_a \leq 2.5s. \end{cases}$$

Si determinini infine quale rete corretttrice tra $R_1(s)$ e $R_2(s)$ consenta di ottenere le prestazioni migliori in termini di larghezza di banda o prontezza della risposta al gradino unitario di riferimento.

Risoluzione

In Matlab si definisce la funzione di trasferimento del sistema da controllare:

```
>> s=tf('s')
Transfer function:
s
>> Gs=1/(s*(s+5)^2)
Transfer function:
      1
-----
s^3 + 10 s^2 + 25 s
>>
```

e si definiscono i vettori che serviranno per il progetto del sistema di controllo in Simulink:

```
>> [numGs,denGs]=tfdata(Gs,'v')
numGs =
      0      0      0      1
denGs =
      1     10     25      0
>>
```

Si disegna il diagramma del luogo delle radici in Matlab e si realizza in Simulink lo schema del sistema non compensato in retroazione unitaria come rappresentato nelle seguenti figure.

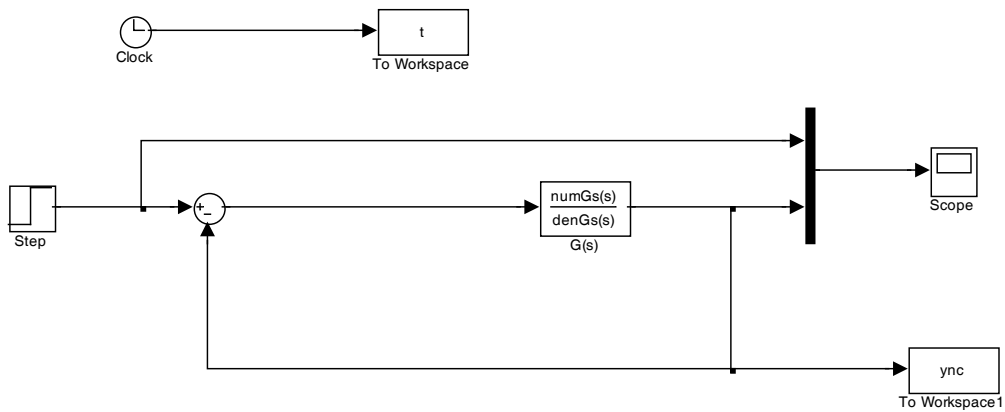
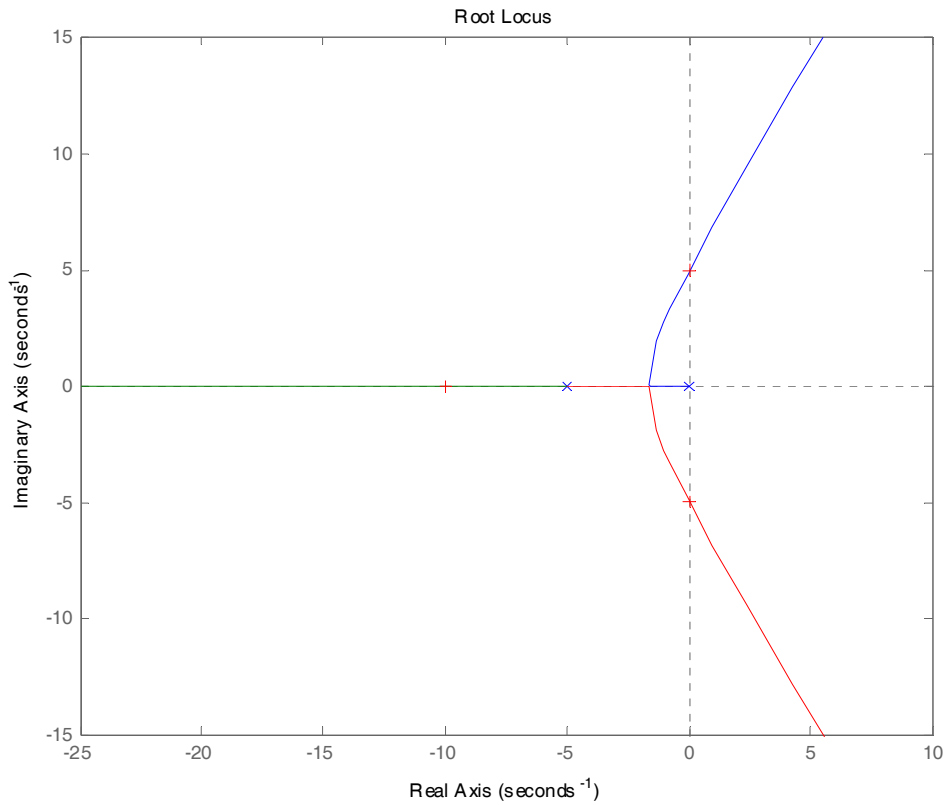
```
>>
>> rlocus(Gs)
>>
```

Si può osservare che il luogo delle radici per il sistema in retroazione unitaria, usando la funzione Matlab `rlocfind`, risulta stabile.

```
>>
>> Ku=rlocfind(Gs)
Select a point in the graphics window
selected_point =
-0.0049 + 4.9872i
Ku =
```

248.4790

>>



La risposta del sistema in retroazione unitaria non compensato al gradino unitario di riferimento risulta del tipo sovrasmorzato e con caratteristiche di dinamica molto lenta, dovute al valore del polo molto vicino all'asse delle ordinate che il sistema in retroazione assume per un guadagno unitario di $K = 1$. Per tale valore il sistema in retroazione unitaria risulta inoltre stabile.

Le caratteristiche della risposta al gradino di riferimento per il sistema non compensato sono le seguenti:

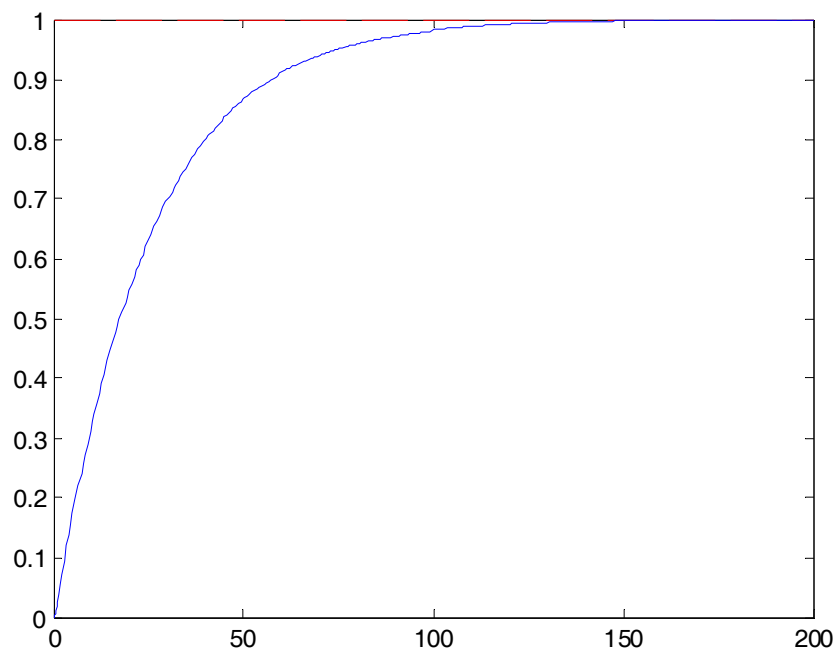
```
>> lsiminfo(ync,t)
```

```
ans =
```

```
SettlingTime: 96.2656  
Min: 0  
MinTime: 0  
Max: 0.9997  
MaxTime: 200
```

```
>>
```

ed una risposta al gradino rappresentata nella figura seguente:



che certamente non soddisfa le specifiche richieste dal problema.

Si procede allora al progetto della prima rete correttiva $R_1(s)$:

```
>>
```

```
>> R1s=(1+s/4.8)/(1+s/4.5)
```

```
Transfer function:
```

```
4.5 s + 21.6
```

```
-----
```

```
4.8 s + 21.6
```

```
>> [numR1s,denR1s]=tfdata(R1s,'v')
```

```
numR1s =
```

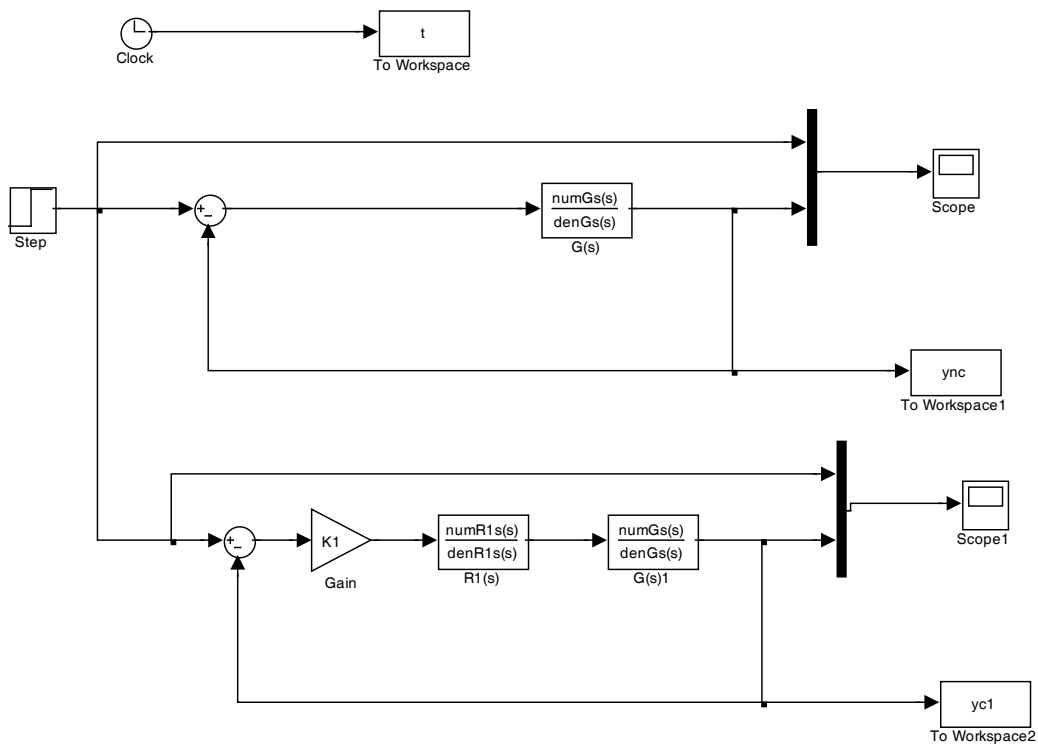
```
4.5000 21.6000
```

```
denR1s =
```

```
4.8000 21.6000
```

```
>>
```

corrispondente al seguente schema Simulink:



Si calcola quindi il guadagno di anello a cui andrà applicato il luogo delle radici e la determinazione del guadagno della prima rete correttiva che mi consente di ottenere il soddisfacimento delle specifiche definite dal problema:

```
>>
```

```
>> G1a=R1s*Gs
```

```
Transfer function:
```

```
4.5 s + 21.6
```

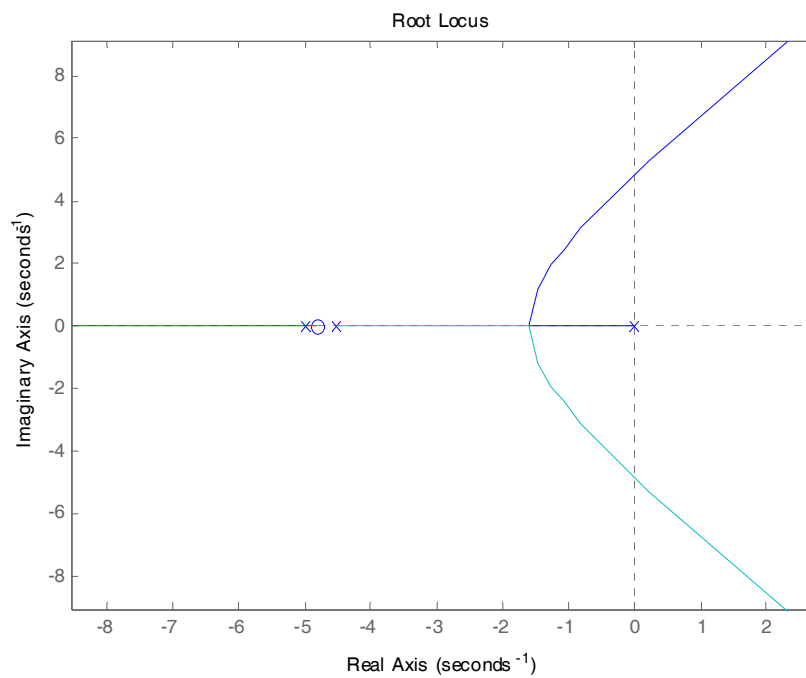
```
-----  
4.8 s^4 + 69.6 s^3 + 336 s^2 + 540 s
```

```
>>
```

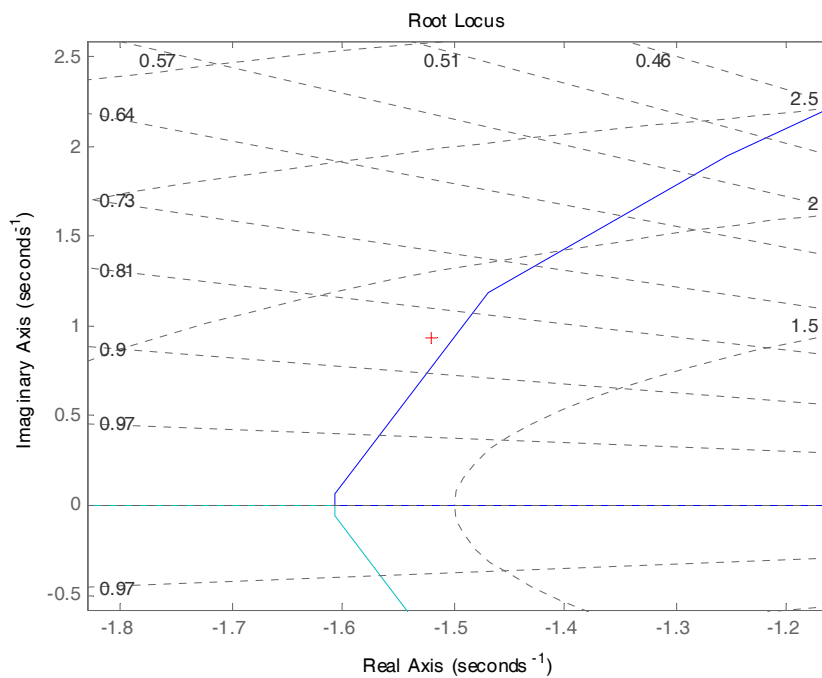
da cui calcolare il corrispondente luogo delle radici:

```
>>
```

```
>> rlocus(G1a)
>>
```



Si usa il luogo dei punti a δ costante per determinare, se esiste, il valore di K_1 per soddisfare le specifiche:



```
>>
>> sgrid
>> K1=rlocfind(G1a)
Select a point in the graphics window
```

```
selected_point =  
    -1.4981 + 0.9324i
```

```
K1 =  
    22.6462
```

```
>>
```

Il valore di primo tentativo di K_1 mi porta ad ottenere le seguenti caratteristiche:

```
>> lsiminfo(yc1,t)  
ans =  
    SettlingTime: 2.5513  
           Min: 0  
    MinTime: 0  
           Max: 1.0058  
    MaxTime: 3.5151
```

```
>>
```

si prova a variare il valore di K_1 fino a 23, per ottenere le nuove prestazioni:

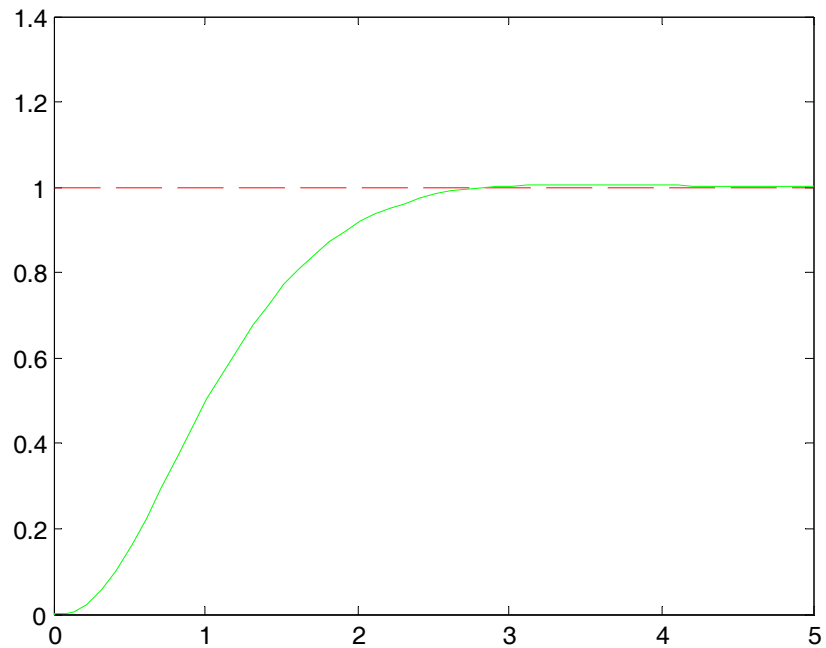
```
>> K1=23  
K1 =  
    23  
>> lsiminfo(yc1,t)  
ans =  
    SettlingTime: 2.4851  
           Min: 0  
    MinTime: 0  
           Max: 1.0070  
    MaxTime: 3.4138
```

```
>>
```

che permette di soddisfare entrambe le richieste sul tempo di assestamento e la massima sovraelongazione, risultando $T_a = 2.48s$. e $S\% = 0.7\%$.

La risposta al gradino di riferimento unitario compensato dalla prima rete correttrice risulta il seguente, ottenuto dalla seguente istruzione in Matlab:

```
>>  
>> plot(t,ones(size(yc1)), 'r--', t,yc1, 'g-')  
>>
```



Allo stesso modo si definisce la seconda rete correttiva $R_2(s)$ come suggerito all'inizio del problema:

```
>>
>> R2s=(1+s/9)/(1+s/8)
```

Transfer function:

$$\frac{8s + 72}{9s + 72}$$

```
>>
```

a cui corrisponde il seguente sistema in Simulink in retroazione compensato da $R_2(s)$:

```
>> [numR2s,denR2s]=tfdata(R2s,'v')
```

```
numR2s =
```

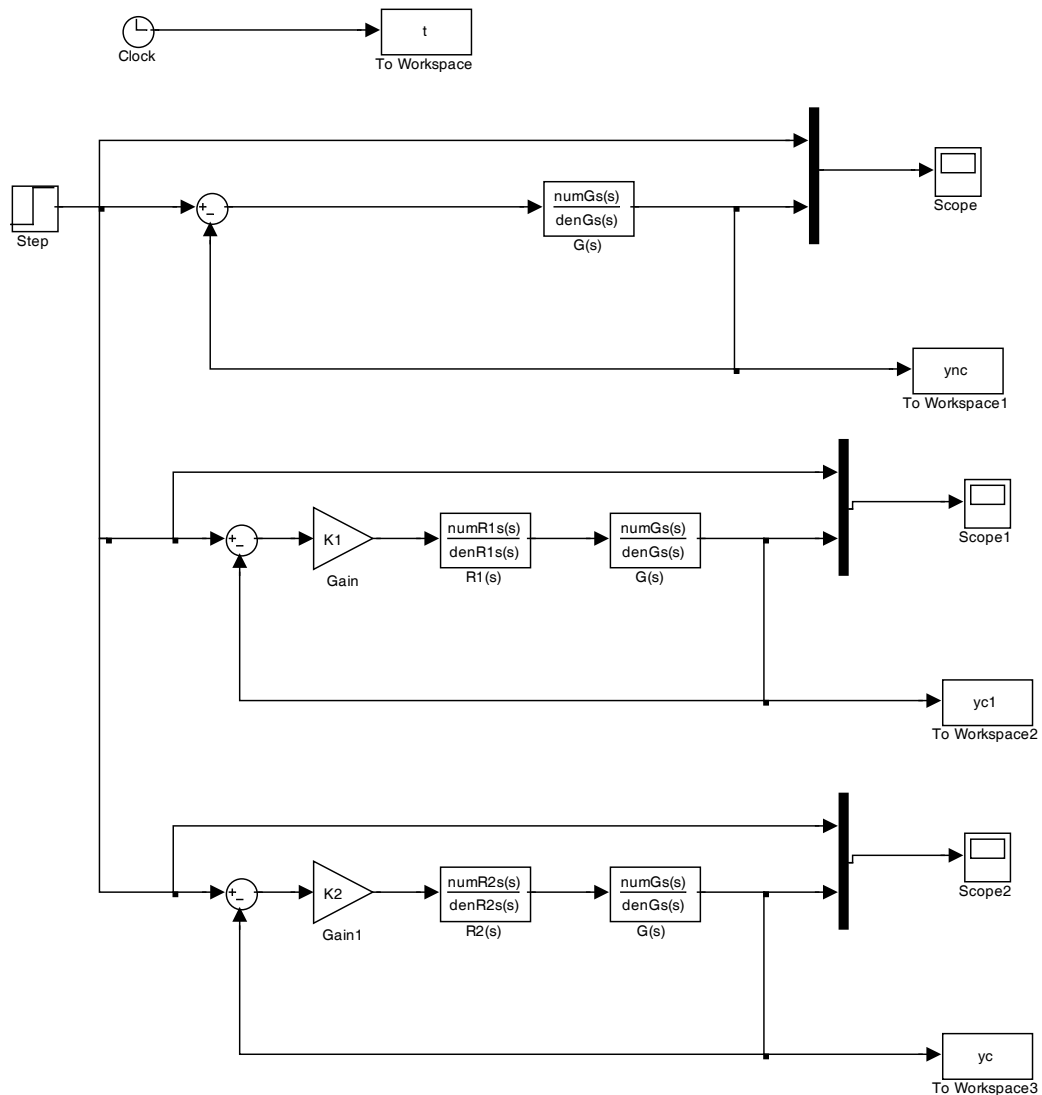
```
      8      72
```

```
denR2s =
```

```
      9      72
```

```
>>
```

Si definisce quindi il guadagno di anello per il nuovo sistema compensato da $R_2(s)$, ovvero $G_{2a}(s) = R_2(s) \cdot G(s)$:



```
>>
>> G2a=R2s*Gs

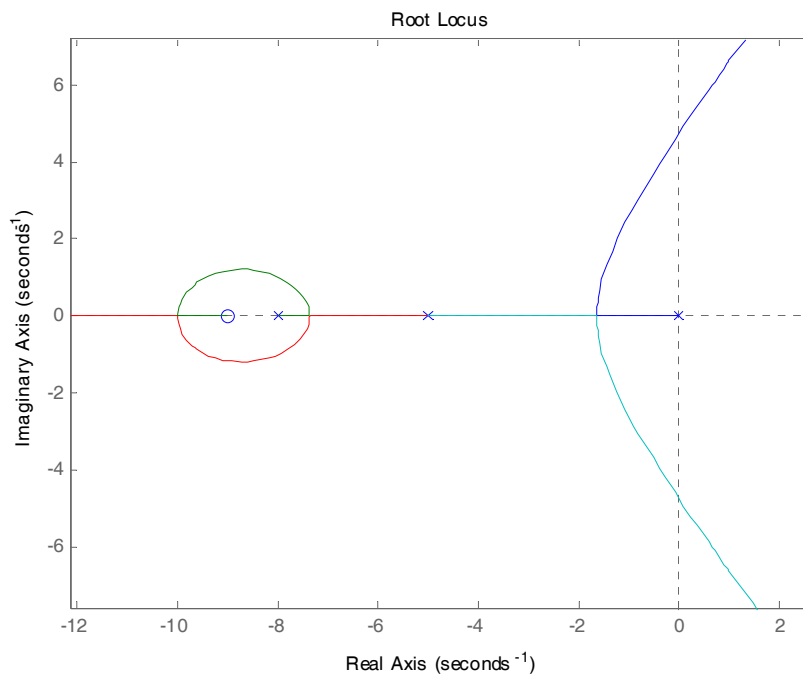
Transfer function:
      8 s + 72
-----
9 s^4 + 162 s^3 + 945 s^2 + 1800 s

>>
```

Si disegna quindi il luogo delle radici per il sistema $G(s)$ quando viene compensato dalla rete corretttrice $R_2(s)$:

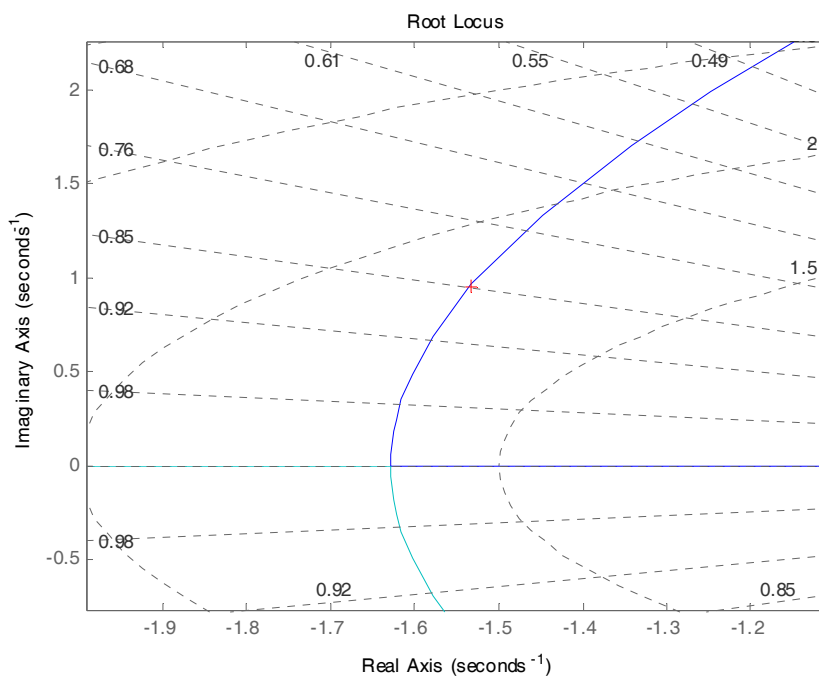
```
>>
>> rlocus(G2a)
>>
```

che produce il seguente grafico:



Si sovrappone quindi il luogo a δ costante e si determina il valore di K_2 di primo tentativo per la seconda rete correttiva $R_2(s)$:

```
>> sgrid  
>> K2=rlocfind(G2a)
```



che porta al seguente valore di primo tentativo per K_2 :

```
>> K2=rlocfind(G2a)
Select a point in the graphics window

selected_point =

    -1.5330 + 0.9573i
```

```
K2 =

    22.8422
```

```
>>
```

Tale valore porta ad ottenere le seguenti prestazioni:

```
>> lsiminfo(yc2,t)

ans =

    SettlingTime: 2.5085
           Min: 0
    MinTime: 0
           Max: 1.0062
    MaxTime: 3.5138
```

```
>>
```

Si modifica di poco il valore di $K_2 = 23$ e si ottengono i seguenti risultati:

```
>> K2=23

K2 =

    23
```

```
>>
```

e dopo aver simulato il sistema Simulink, si ottengono queste nuove prestazioni:

```
>> lsiminfo(yc2,t)

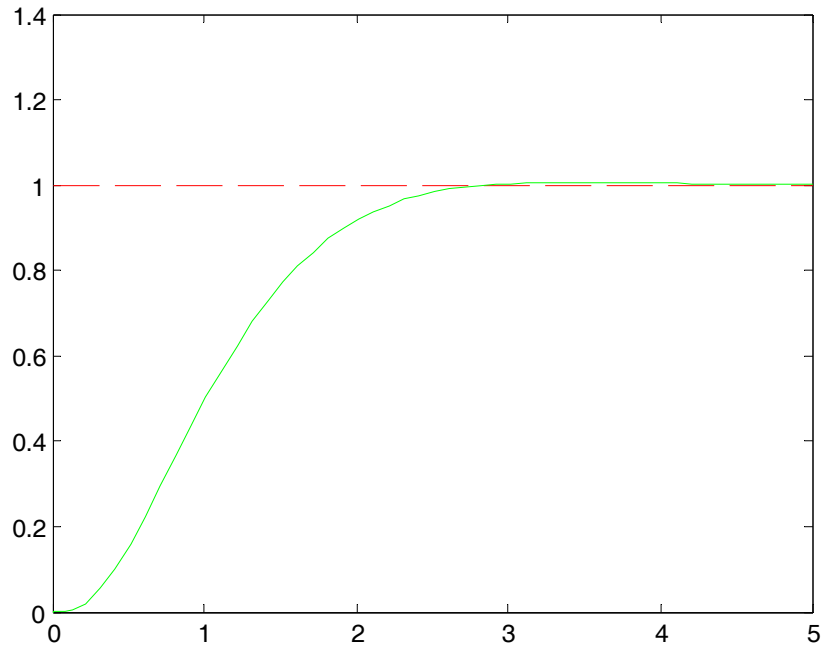
ans =

    SettlingTime: 2.4812
           Min: 0
    MinTime: 0
           Max: 1.0068
    MaxTime: 3.4138
```

```
>>
```

corrispondenti a questa risposta al gradino unitario per il sistema $G(s)$ compensato da $R_2(s)$, ottenuto dalla seguente istruzione in Matlab:

```
>>
>> plot(t,ones(size(yc2)), 'r--',t,yc2, 'g-')
>>
```



che corrisponde ad un $T_a = 2.48s$. e $S\% = 0.7\%$.

Volendo ora scegliere la rete correttiva “migliore” secondo ad esempio la larghezza di banda del sistema complessivo in retroazione, si generano le seguenti due variabili:

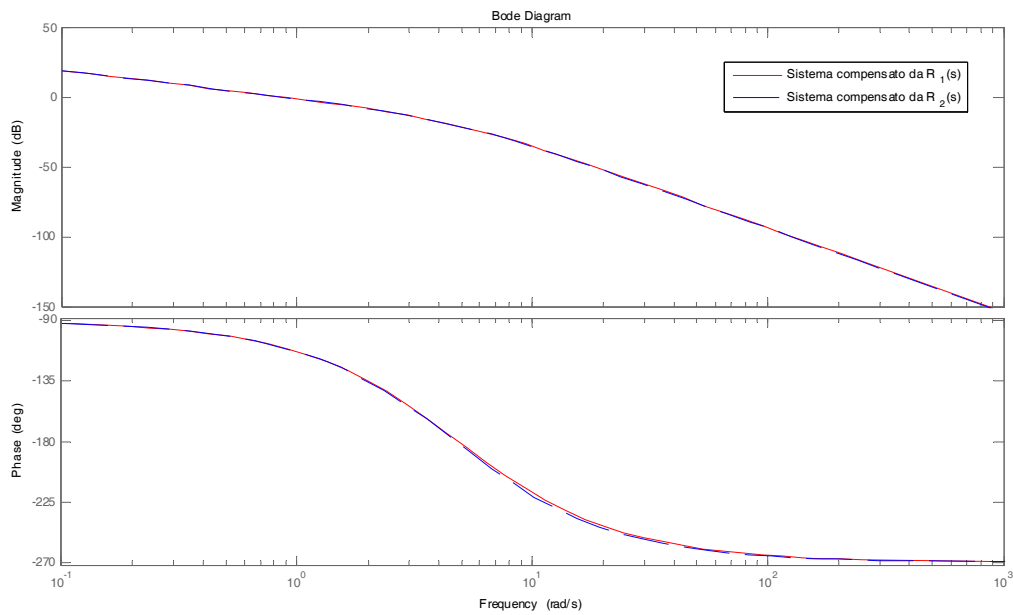
```
>> G1c=K1*R1s*Gs
Transfer function:
      103.5 s + 496.8
-----
4.8 s^4 + 69.6 s^3 + 336 s^2 + 540 s

>> G2c=K1*R2s*Gs
Transfer function:
      184 s + 1656
-----
9 s^4 + 162 s^3 + 945 s^2 + 1800 s

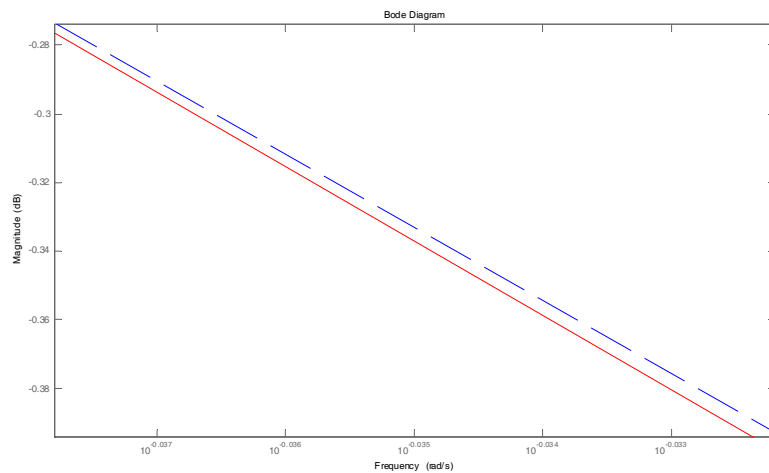
>>
```

e si disegnano i corrispondenti diagrammi di Bode con l’istruzione:

```
>>
>> bode(G1c, '-r',G2c, '--b')
>> legend('Sistema compensato da R_1(s)', 'Sistema compensato da
R_2(s)')
>>
```



in cui però i diagrammi risultano difficilmente distinguibili. Per valutare quindi quantitativamente la larghezza di banda dei due sistemi, si potrebbe usare la funzione Matlab `bandwidth`. Purtroppo tale funzione non è utilizzabile per sistemi con guadagno in continua infinito, come nel nostro caso. Si procede quindi cercando di ingrandire l'immagine sopra per vedere quale dei due diagrammi risulta dominante:



Dall'immagine sopra, in maniera qualitativa, si può osservare che il sistema compensato dalla rete correttiva $R_2(s)$ possiede banda lievemente maggiore, e risulta quindi anche il regolatore migliore secondo la richiesta iniziale del problema.