

Soluzione del Progetto del Regolatore Digitale con Metodo Diretto

Viene assegnata la funzione di trasferimento a tempo continuo:

$$G(s) = \frac{1}{s(s+5)}$$

e viene richiesto di progettare direttamente il regolatore digitale definito come:

$$R(z) = K \frac{z - 0.8825}{z - 0.4}$$

in maniera tale che il sistema di controllo complessivo digitale costituito dalla cascata di $R(z)$, il mantentore di ordine zero (dispositivo D/A) e $G(s)$ in retroazione, garantisca il soddisfacimento delle seguenti specifiche in transitorio in risposta al gradino unitario di riferimento:

$$\begin{cases} T_a \leq 0.25s \\ S\% \leq 0.5\% \quad (\delta \geq 0.85) \end{cases}$$

Si è scelto un tempo di campionamento $T = 0.025s$.

Si definiscono le funzioni di trasferimento necessarie, come segue:

```
>> s=tf('s')
```

```
Transfer function:
```

```
s
```

```
>> T=0.025
```

e si inserisce il tempo di campionamento richiesto:

```
T =
```

```
0.0250
```

```
>> z=tf('z',T)
```

```
Transfer function:
```

```
z
```

Viene definita in Matlab la funzione di trasferimento del sistema da controllare $G(s)$:

```
Sampling time (seconds): 0.025
```

```
>> Gs=1/(s*(s+5))
```

```
Transfer function:
```

```
1
```

```
-----
```

```
s^2 + 5 s
```

Trattandosi di metodo diretto di sintesi del regolatore digitale, si ricava il sistema equivalente a tempo discreto $G(z)$ del sistema da controllare $G(s)$ secondo il metodo dell'hold equivalence, ovvero:

$$G(z) = Z \left[\frac{1 - e^{-sT}}{s} G(s) \right] \equiv (1 - z^{-1}) Z \left[\frac{G(s)}{s} \right]$$

che si ottiene direttamente attraverso la funzione Matlab:

```
>> Gz=c2d(Gs,T,'zoh')
```

```
Transfer function:
```

```
0.0002999 z + 0.0002876
```

```
-----
```

```
z^2 - 1.882 z + 0.8825
```

```
Sampling time (seconds): 0.025
```

```
>> [numGz,denGz]=tfdata(Gz,'v')
```

```
numGz =
```

```
1.0e-003 *
```

```
0    0.2999    0.2876
```

```
denGz =
```

```
1.0000    -1.8825    0.8825
```

```
>> [numGs,denGs]=tfdata(Gs,'v')
```

```
numGs =
```

```
0    0    1
```

```
denGs =
```

```
1    5    0
```

Per capire la scelta del regolatore digitale assegnato $R(z)$, si calcolano in Matlab i poli della funzione di trasferimento equivalente $G(z)$:

```
>> roots(denGz)
```

```
ans =
```

```
1.0000
```

```
0.8825
```

Si definisce in Matlab la funzione di trasferimento del regolatore a tempo discreto $R(z)$:

```
>> Rz=(z-0.8825)/(z-0.4)
```

```
Transfer function:
```

```
z - 0.8825
```

```
-----
```

```
z - 0.4
```

```
Sampling time (seconds): 0.025
>> [numRz,denRz]=tfdata(Rz,'v')
```

```
numRz =
```

```
1.0000 -0.8825
```

```
denRz =
```

```
1.0000 -0.4000
```

Si noti come la scelta dello zero di $R(z)$ sia stata fatta in maniera tale da cancellare il polo in $z = 0.8825$ del sistema equivalente a tempo discreto $G(z)$, che viene sostituito quindi dal polo “più veloce” in $z = 0.4$ fornito dal regolatore digitale $R(z)$. Successivamente viene calcolato il guadagno di anello a tempo discreto $G_a(z) = R(z) \cdot G(z)$:

```
>> Gaz=Rz*Gz
```

```
Transfer function:
```

```
0.0002999 z^2 + 2.3e-005 z - 0.0002538
```

```
-----  
z^3 - 2.282 z^2 + 1.635 z - 0.353
```

```
Sampling time (seconds): 0.025
```

```
>>
```

Si disegna il luogo delle radici del sistema $G_a(z)$ e lo si confronta con il luogo delle radici del sistema non compensato a tempo discreto $G(z)$.

```
>> rlocus(Gz,'r',Gaz,'g')
```

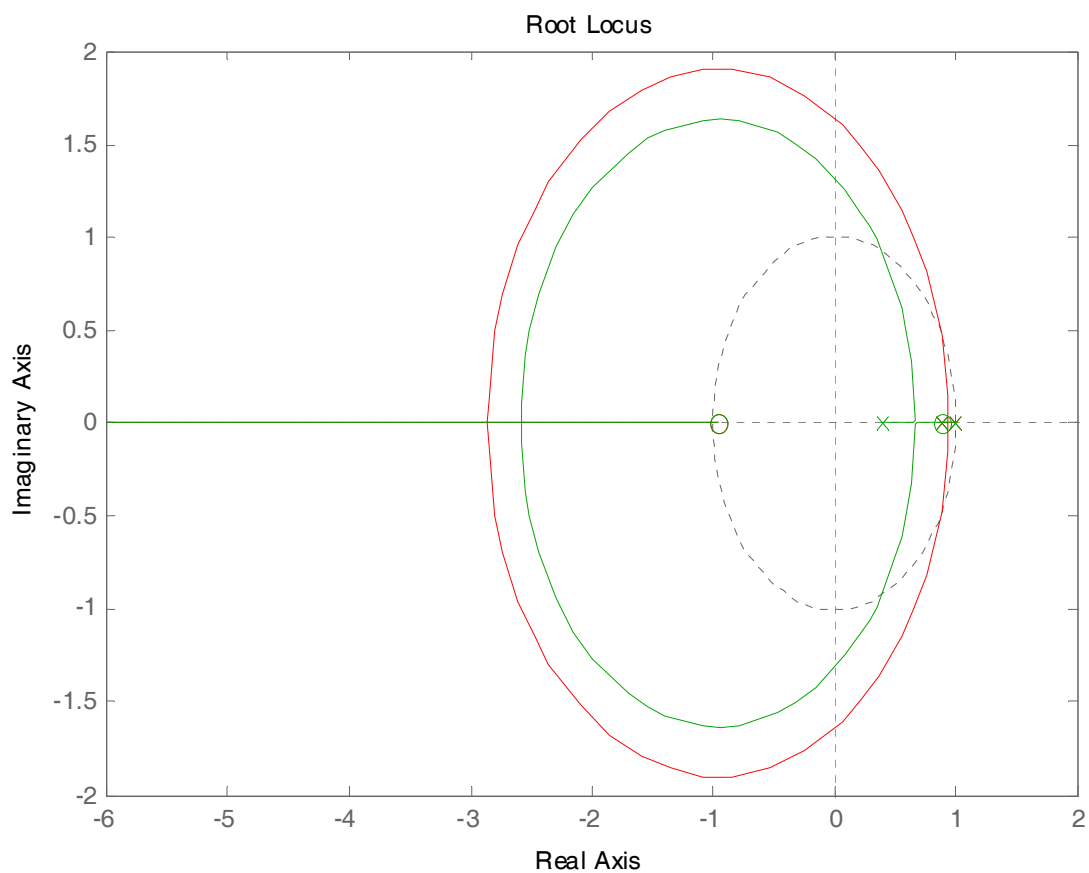
La risposta del sistema non compensato a tempo continuo $G(s)$ in retroazione unitaria e in risposta al gradino unitario di riferimento è caratterizzata dalle seguenti prestazioni:

```
>> lsiminfo(ync,t) (oppure >> lsiminfo(out.ync,out.t))
```

```
ans =
```

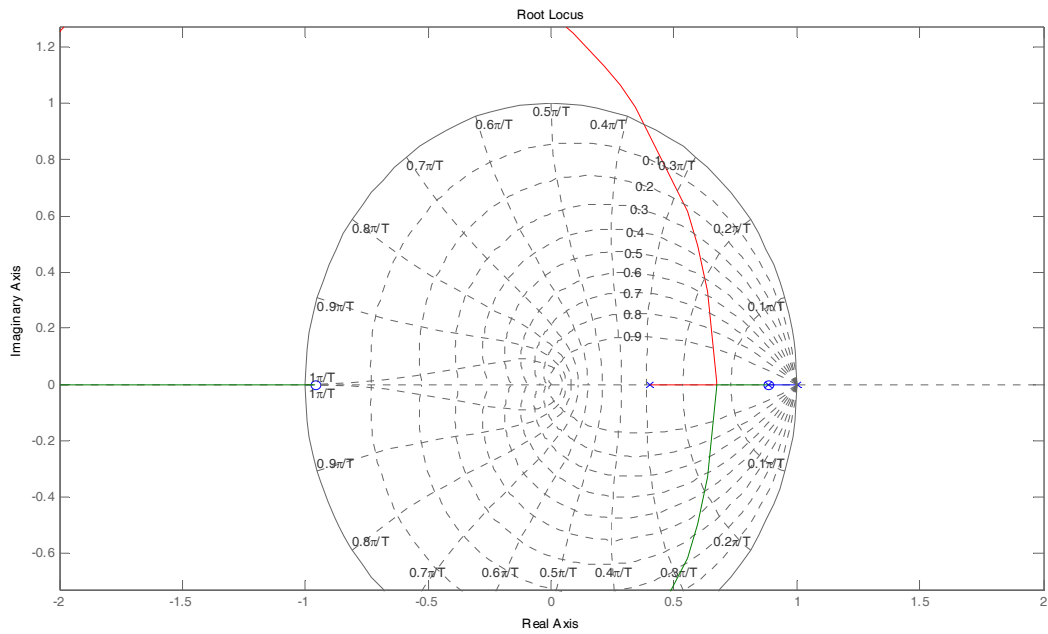
```
SettlingTime: 18.9498  
    Min: 0  
    MinTime: 0  
    Max: 1.0000  
    MaxTime: 50
```

```
>>
```

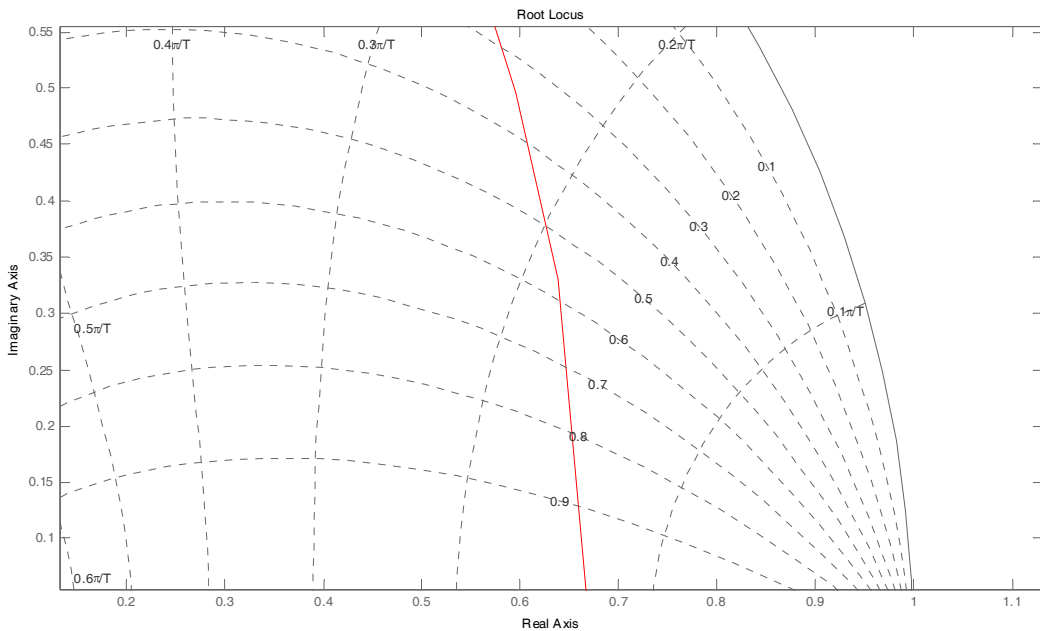


Si noti l'effetto di spostamento verso sinistra del luogo delle radici del sistema compensato rispetto a quello non compensato, che corrisponde ad ottenere una risposta "più veloce", ottenuta appunto cancellando il polo "più lento" ($z = 0.8825$) sostituito da quello "più veloce" ($z = 0.4$). Si può quindi passare al progetto del guadagno della rete $R(z)$:

```
>> rlocus(Gaz)  
>> zgrid
```



e si esegue un ingrandimento in prossimità del luogo a $\delta \cong 0.85$:



Si utilizza la funzione Matlab per la determinazione del guadagno K che mi posiziona un polo secondo una posizione arbitraria selezionata col puntatore, compatibile col luogo delle radici di $G_a(z)$:

```
>> K=rlocfind(Gaz)
```

```
Select a point in the graphics window
```

```
selected_point =
```

```
0.6577 + 0.1578i
```

```
K =
```

```
233.7618
```

```
>>
```

Usando lo schema Simulink riportato alla fine del documento, si ottengono queste prestazioni della risposta del sistema compensato dal regolatore digitale $R(z)$:

```
>> lsiminfo(yd,t) (oppure >> lsiminfo(out.yd,out.t))
```

```
ans =
```

```
SettlingTime: 0.2386
```

```
Min: 0
```

```
MinTime: 0
```

```
Max: 1.0059
```

```
MaxTime: 0.3500
```

```
>> K
```

```
K =
```

```
233.7618
```

```
>>
```

Modifico leggermente il guadagno K per ottenere una verifica perfetta delle specifiche richieste:

```
>> K=230
```

K =

230

```
>> lsiminfo(yd,t) (oppure >> lsiminfo(out.yd,out.t))
```

ans =

SettlingTime: **0.2450**

Min: 0

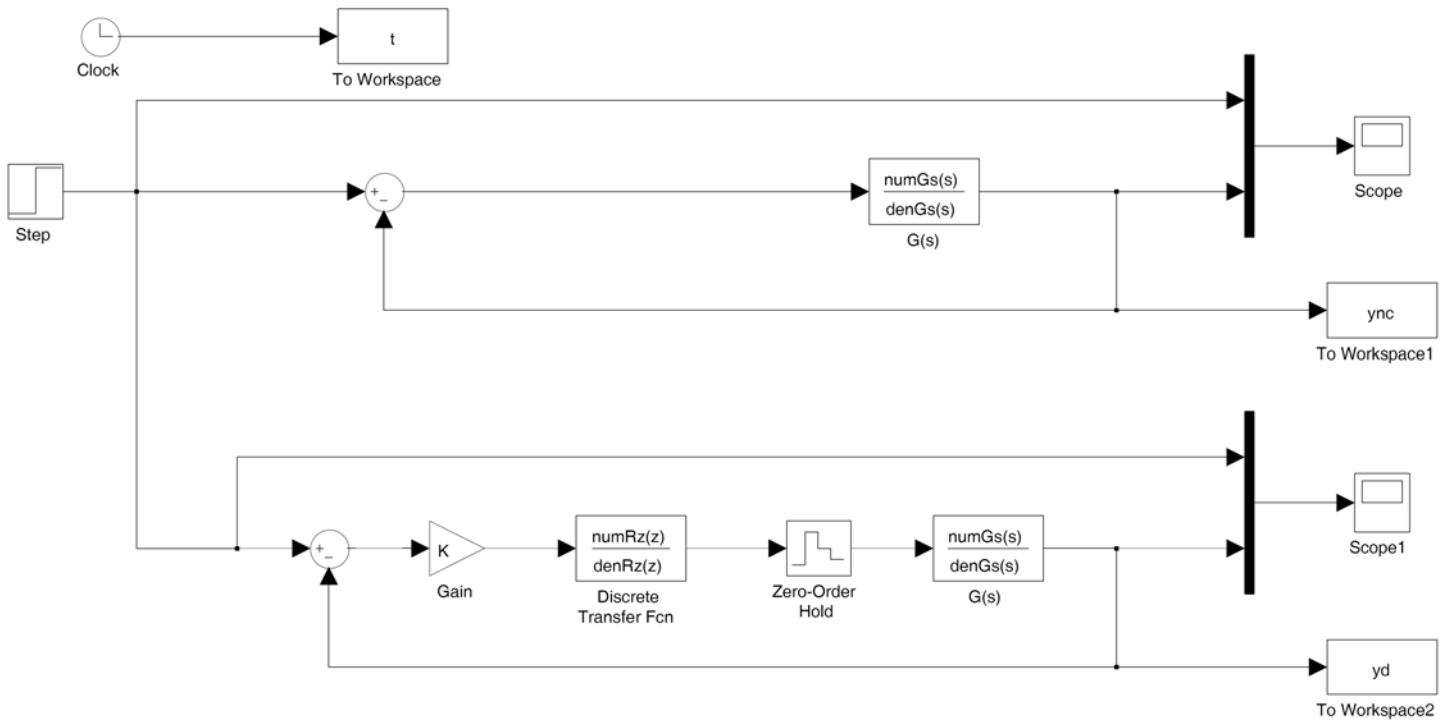
MinTime: 0

Max: **1.0049**

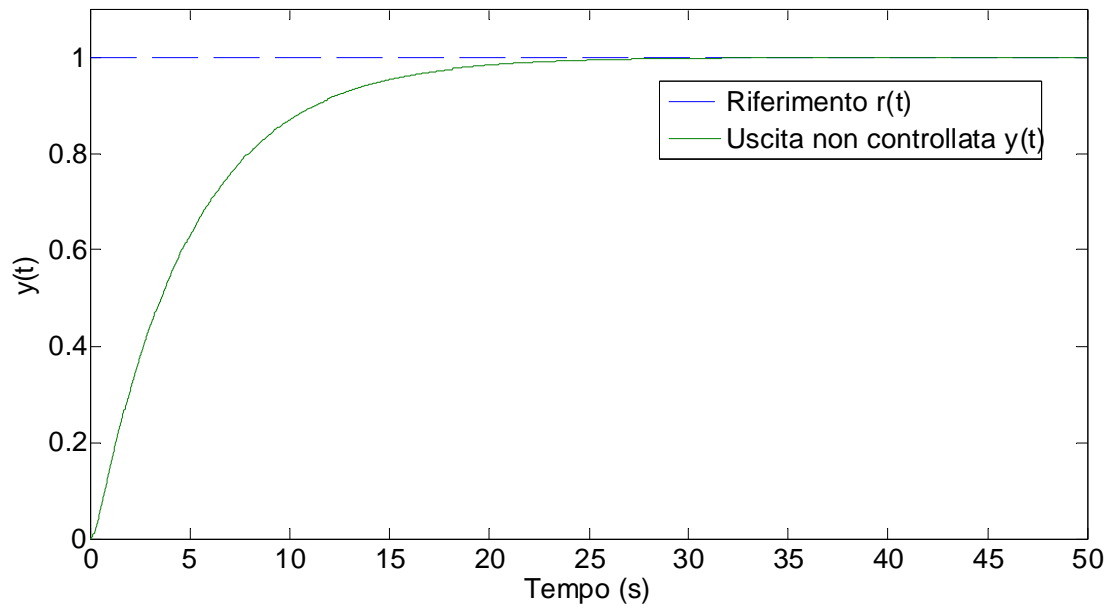
MaxTime: 0.3500

```
>>
```

Lo schema Simulink usato per la determinazione delle risposte del sistema non compensato, e quello regolato dalla rete digitale è riportato nel seguito:



La risposta del sistema non controllato è la seguente:



ovvero quella di un sistema del 1° ordine con costante di tempo $\tau = 4.7916$, come si può facilmente verificare:

```
R=rlocus(Gs,1)
```

```
R =
```

```
-4.7913  
-0.2087
```

```
>> Ta=3/0.2087
```

```
Ta =
```

```
14.3747
```

```
>> tau = 1/0.2087
```

```
ans =
```

```
4.7916
```

ovvero la risposta di un sistema del tipo:

$$y(t) = 1 - e^{-t/\tau}$$

il cui tempo di assestamento risulta dell'ordine di quello ottenuto nella simulazione del sistema completo. La risposta del sistema compensato al fine di soddisfare le specifiche richieste risulta la seguente:

