Soluzione del Progetto del Regolatore Digitale con Metodo Diretto

Viene assegnata la funzione di trasferimento a tempo continuo:

$$G(s) = \frac{1}{s(s+5)}$$

e viene richiesto di progettare direttamente il regolatore digitale definito come:

$$R(z) = K\frac{z-0.8825}{z-0.4}$$

in maniera tale che il sistema di controllo complessivo digitale costituito dalla cascata di $R(z)$, il mantenitore di ordine zero (dispositivo D/A) e $G(s)$ in retroazione, garantisca il soddisfacimento delle seguenti specifiche in transitorio in risposta al gradino unitario di riferimento:

$$\begin{cases} T_a \le 0.25s \\ S\% \le 0.5\% \quad (\delta \ge 0.85) \end{cases}$$

Si è scelto un tempo di campionamento $T = 0.025s$.

Si definiscono le funzioni di trasferimento necessarie, come segue:

```
>> s=tf('s')

Transfer function:
s

>> T=0.025
```

e si inserisce il tempo di campionamento richiesto:

```
T =

    0.0250
```

```
>> z=tf('z',T)

Transfer function:
z
```

Viene definita in Matlab la funzione di trasferimento del sistema da controllare $G(s)$:

```
Sampling time (seconds): 0.025
>> Gs=1/(s*(s+5))

Transfer function:
    1
---------
s^2 + 5 s
```

Trattandosi di metodo diretto di sintesi del regolatore digitale, si ricava il sistema equivalente a tempo discreto $G(z)$ del sistema da controllare $G(s)$ secondo il metodo dell'hold equivalence, ovvero:

$$G(z) = Z\left[\frac{1-e^{-sT}}{s}\ G(s)\right] \equiv \left(1-z^{-1}\right)Z\left[\frac{G(s)}{s}\right]$$

che si ottiene direttamente attraverso la funzione Matlab:

```
>> Gz=c2d(Gs,T,'zoh')

Transfer function:
0.0002999 z + 0.0002876
-----------------------
z^2 - 1.882 z + 0.8825

Sampling time (seconds): 0.025

>> [numGz,denGz]=tfdata(Gz,'v')

numGz =
```

```
  1.0e-003 *

         0    0.2999    0.2876


denGz =

    1.0000   -1.8825    0.8825

>> [numGs,denGs]=tfdata(Gs,'v')

numGs =

     0     0     1


denGs =

     1     5     0
```

Per capire la scelta del regolatore digitale assegnato $R(z)$, si calcolano in Matlab i poli della funzione di trasferimento equivalente $G(z)$:

```
>> roots(denGz)

ans =

    1.0000
    0.8825
```

Si definisce in Matlab la funzione di trasferimento del regolatore a tempo discreto $R(z)$:

```
>> Rz=(z-0.8825)/(z-0.4)

Transfer function:
z - 0.8825
----------
 z - 0.4
```

```
Sampling time (seconds): 0.025
>> [numRz,denRz]=tfdata(Rz,'v')

numRz =

    1.0000   -0.8825


denRz =

    1.0000   -0.4000
```

Si noti come la scelta dello zero di $R(z)$ sia stata fatta in maniera tale da cancellare il polo in $z = 0.8825$ del sistema equivalente a tempo discreto $G(z)$, che viene sostituito quindi dal polo "più veloce" in $z = 0.4$ fornito dal regolatore digitale $R(z)$. Successivamente viene calcolato il guadagno di anello a tempo discreto $G_a(z) = R(z) \cdot G(z)$:

```
>> Gaz=Rz*Gz

Transfer function:
0.0002999 z^2 + 2.3e-005 z - 0.0002538
--------------------------------------
  z^3 - 2.282 z^2 + 1.635 z - 0.353

Sampling time (seconds): 0.025
>>
```

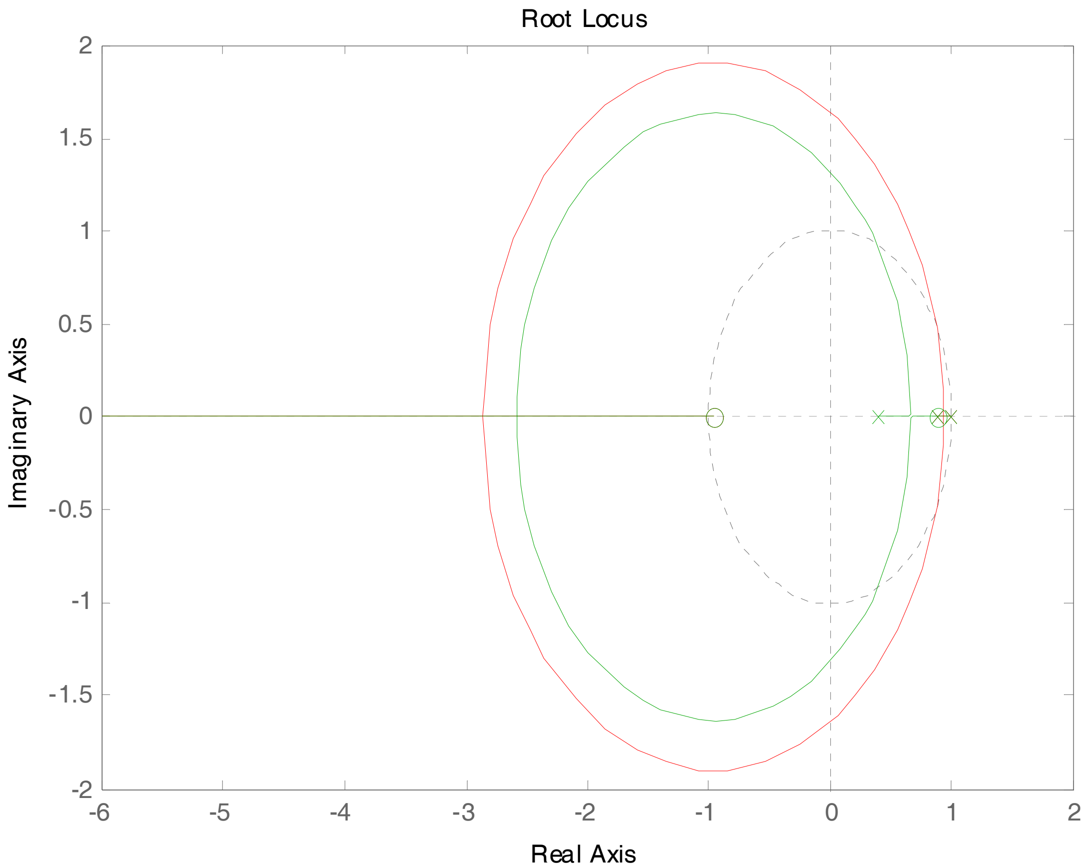
Si disegna il luogo delle radici del sistema $G_a(z)$ e lo si confronta con il luogo delle radici del sistema non compensato a tempo discreto $G(z)$.

```
>> rlocus(Gz,'r',Gaz,'g')
```

La risposta del sistema non compensato a tempo continuo $G(s)$ in retroazione unitaria e in risposta al gardino unitario di riferimento è caratterizzata dalle seguenti prestazioni:

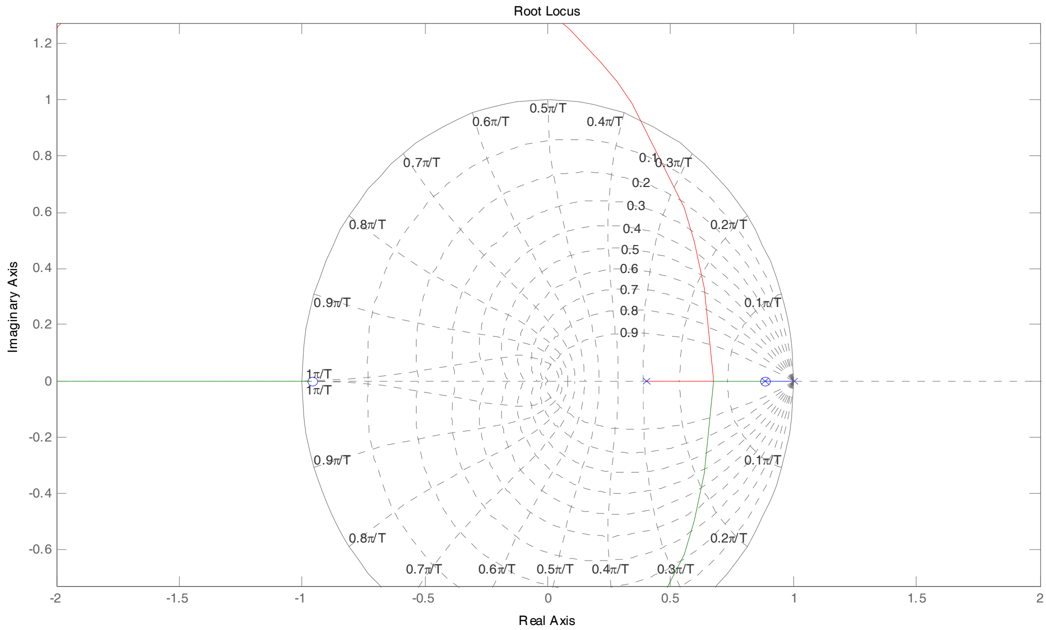
```
>> lsiminfo(ync,t)
```

```
ans =

     SettlingTime: 18.9498
              Min: 0
          MinTime: 0
              Max: 1.0000
          MaxTime: 50

>>
```

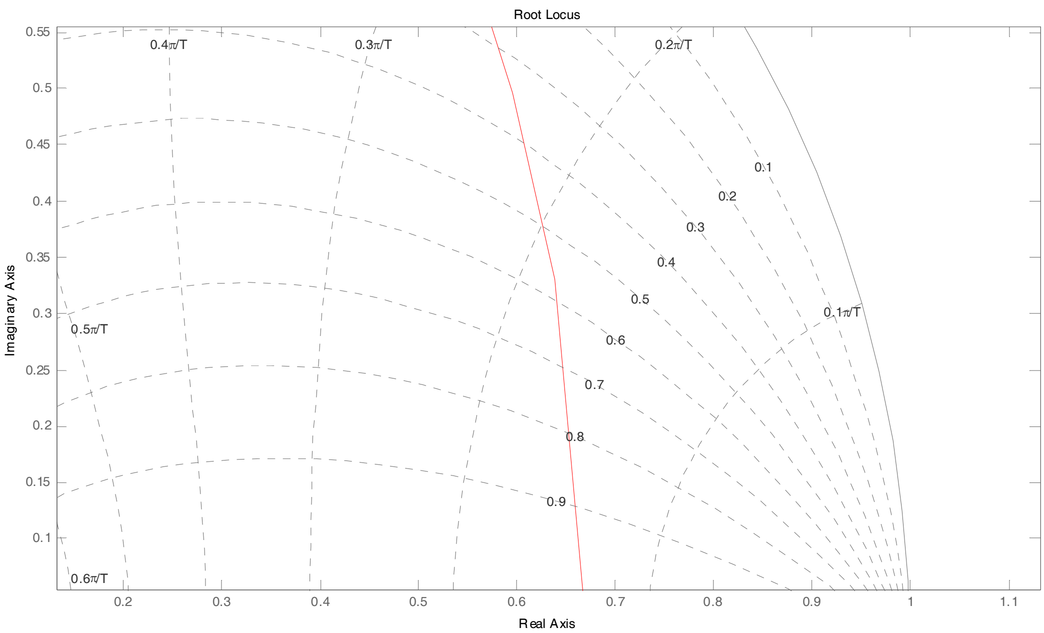


Si noti l'effetto di spostamento verso sinistra del luogo delle radici del sistema compensato rispetto a quello non compensato, che corrisponde ad ottenere una risposta "più veloce", ottenuta appunto cancellando il polo "più lento" ($z = 0.8825$) sostituito da quello "più veloce" ($z = 0.4$). Si può quindi passare al progetto del guadagno della rete $R(z)$:

```
>> rlocus(Gaz)
>> zgrid
```



e si esegue un ingrandimento in prossimità del luogo a $\delta \cong 0.85$:



Si utilizza la funzione Matlab per la determinazione del guadagno K che mi posiziona un polo secondo una posizione arbitraria selezionata col puntatore, compatibile col luogo delle radici di $G_a(z)$:

```
>> K=rlocfind(Gaz)
Select a point in the graphics window

selected_point =

   0.6577 + 0.1578i


K =

  233.7618

>>
```

Usando lo schema Simulink riportato alla fine del documento, si ottengono queste prestazioni della risposta del sistema compensato dal regolatore digitale $R(z)$:

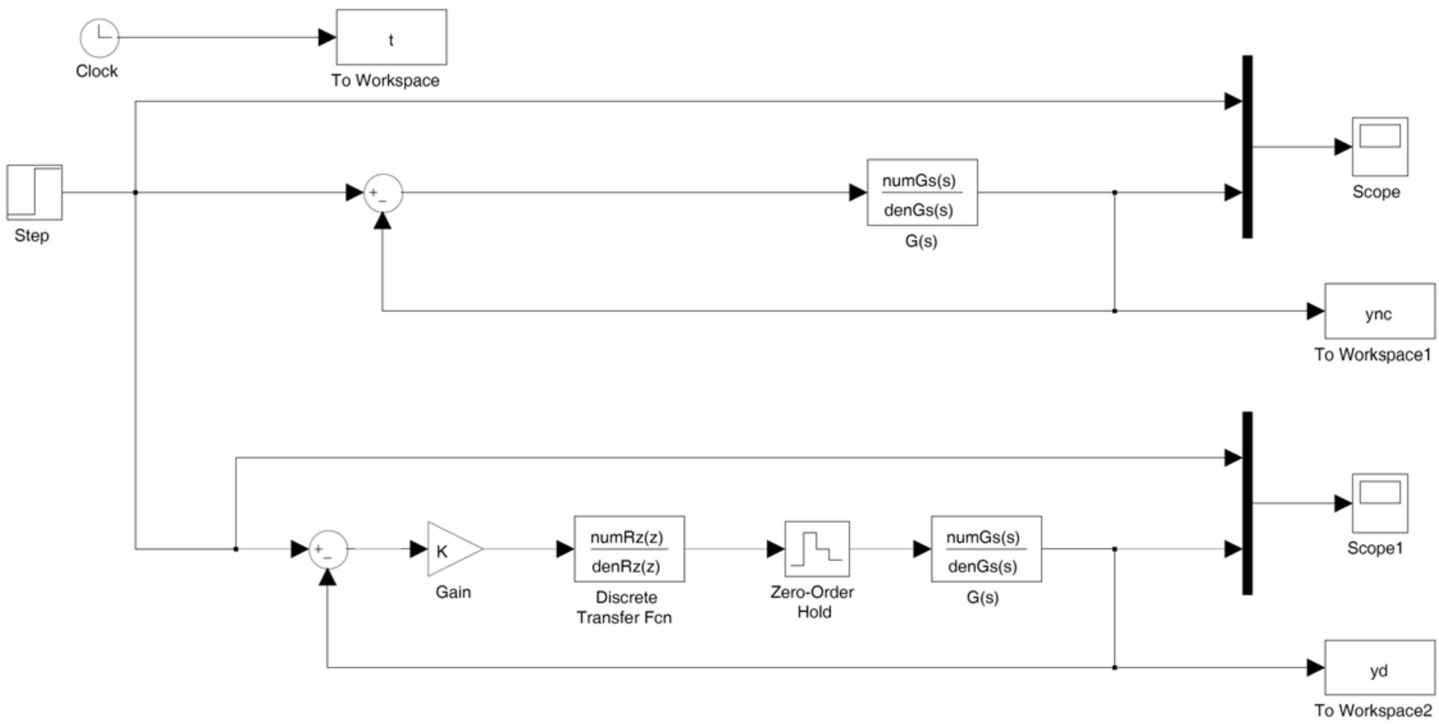
```
>> lsiminfo(yd,t)

ans =

    SettlingTime: 0.2386
             Min: 0
         MinTime: 0
             Max: 1.0059
         MaxTime: 0.3500

>> K

K =

  233.7618

>>
```

Modifico leggermente il guadagno K per ottenere una verifica perfetta delle specifiche richieste:

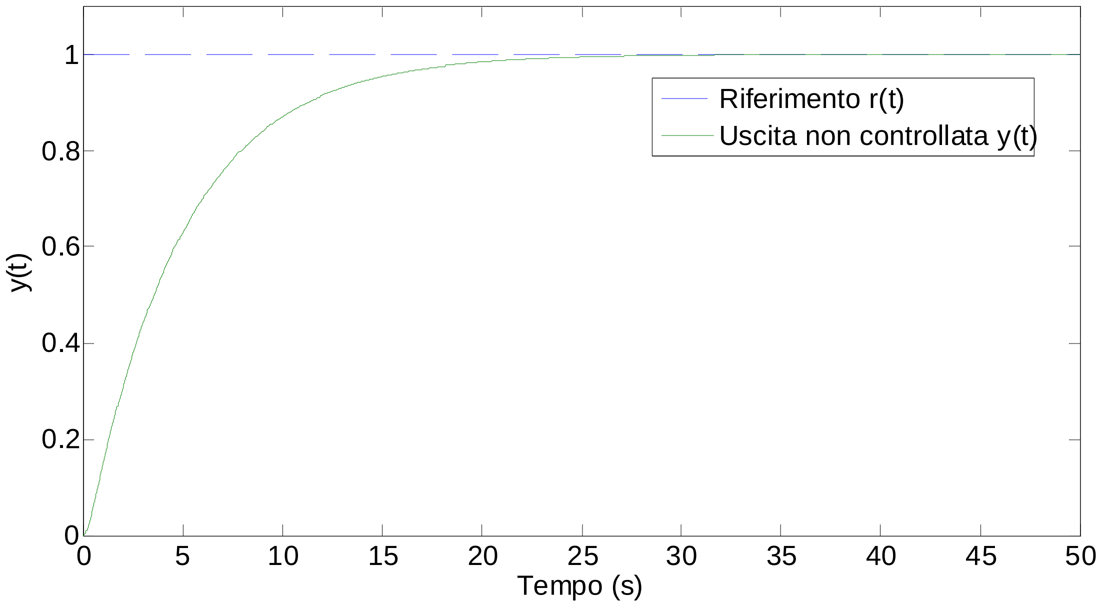
```
>> K=230
```

```
K =

   230

>> lsiminfo(yd,t)

ans =

    SettlingTime: 0.2450
             Min: 0
         MinTime: 0
             Max: 1.0049
         MaxTime: 0.3500

>>
```

Lo schema Simulink usato per la determinazione delle risposte del sistema non compensato, e quello regolato dalla rete digitale è riportato nel seguito:



La risposta del sistema non controllato è la seguente:



ovvero quella di un sistema del 1° ordine con costante di tempo $\tau = 4.7916$, come si poù facilmente verificare:

```
R=rlocus(Gs,1)

R =

   -4.7913
   -0.2087

>> Ta=3/0.2087

Ta =

   14.3747

>> tau = 1/0.2087

ans =

    4.7916
```

ovvero la risposta di un sistema del tipo:

$$y(t) = 1 - e^{-t/\tau}$$

il cui tempo di assestamento risulta dell'ordine di quello ottenuto nella simulazione del sistema completo. La risposta del sistema compensato al fine di soddisfare le specifiche richieste risulta la seguente: