

Capitolo 5

Progetto di Reti Correttrici

Il progetto di un sistema di controllo in retroazione si riconduce alla scelta della funzione di trasferimento del regolatore in modo che il sistema retroazionato abbia determinate caratteristiche. Dato che in molti casi le proprietà di un sistema retroazionato possono essere facilmente accertate a partire dalla risposta in frequenza associata alla funzione di trasferimento d'anello, un possibile approccio della sintesi è quello di individuare una funzione d'anello che permetta di soddisfare tutti i requisiti, ricavando poi da questa la funzione di trasferimento incognita del regolatore. Generalmente si utilizza un procedimento per tentativi, in cui si prendono in considerazione inizialmente regolatori con struttura molto semplice, complicandoli se necessario successivamente in base all'analisi delle prestazioni rispetto alle diverse specifiche di progetto.

Questo Capitolo è dedicato ad illustrare tramite esempi le principali tecniche di progetto basate sui diagrammi di Bode e Nyquist e sul luogo delle radici, limitandosi a considerare il caso del controllo di sistemi privi di poli nel semipiano destro del piano complesso. Saranno utilizzati alcuni regolatori, come le cosiddette reti anticipatrici e ritardatrici, e il progetto avverrà nell'ambiente *TFI*.

5.1 L'interprete TFI

L'Interprete di Funzioni di Trasferimento (*TFI*) è un pacchetto che lavora sotto *Matlab* creando un ambiente specifico di progettazione assistita rivolto all'analisi e alla sintesi interattiva di sistemi di controllo [7]. Tale ambiente si distingue per l'uso diretto delle funzioni di trasferimento, che vengono memorizzate nella directory di lavoro dell'hard disk come files *.mat*. Quando si accede a *TFI*, chiamando dalla *Matlab Command Window* il programma `tfi`, sullo schermo appare un diverso prompt (`>` invece di `>>`), per informare che la sintassi della *Command Window* è stata cambiata.

Il *TFI* è stato sviluppato per l'analisi e il progetto in modo interattivo veloce di sistemi di controllo automatico ad un ingresso ed una uscita. È utile per illustrare i concetti fondamentali dei Controlli Automatici, permette di effettuare l'analisi nel dominio dei tempi e delle frequenze. Mette a disposizione funzioni grafiche per la verifica della stabilità e la connessione di sistemi in retroazione,

per graficare luoghi delle radici e per il progetto di reti correttrici e regolatori. Possono essere simulati anche sistemi non lineari e a tempo discreto.

5.1.1 Modalità d'uso ed esempi

Se dalla *Matlab Command Window* si lancia il comando

```
>>tfi
```

verrà visualizzata la seguente schermata

```
**** passaggio all'ambiente TFI - attendere, prego
```

```
**** la directory di lavoro di Matlab e' stata cambiata !
```

```
INFORMAZIONI SULL'AMBIENTE TFI :
```

```
la directory di lavoro di Matlab e' c:\matlab\toolbox\local
la directory di lavoro di TFI e' c:\matlab\toolbox\local
il matlabpath NON E' RIDOTTO
lo sfondo delle figure e' NERO
la legenda nelle figure NON E' ATTIVATA
```

```
usare "startint" da TFI per cambiare tali impostazioni
```

```
**** premere un tasto per proseguire
```

e di seguito

TRANSFER FUNCTION INTERPRETER - A.Civolani e G.Marro - ver 3.2, 22-1-1998

NOTA: sono disponibili da TFI i comandi Matlab:

```
cd, clc, what, help file, print file [opzioni], grid, degrid,
delete file, delete(n), dir, shg, zoom on, zoom off, figure;
si possono valutare espressioni, come 3*6/(2+7) o [pi/6];
"shg" fa passare da Command Window alla figura corrente;
il tasto escape fa passare dalla figura a Command Window;
i comandi "new" e "figure" creano una nuova finestra grafica;
la sessione termina (uscita a Matlab) con "exit" o "quit".
```

e' necessario definire un tempo di campionamento per la conversione da tempo continuo a tempo discreto (programmi *convert* e *wplane*):

```
il tempo di campionamento attuale e' 0.1 sec
```

```
per cambiarlo, introdurre il nuovo valore usando "sam[ptime]".
```

```
Per maggiori informazioni sui comandi, inviare "help tfi" o "tfi".
```

Una funzione di trasferimento viene definita da tastiera con una stringa di caratteri composta dal nome della funzione di trasferimento, seguita dal segno = e da altri caratteri corrispondenti a numeri, parentesi, operatori e simboli (s o z).

Se viene rilevata un'operazione non ammessa compare un messaggio di errore. Consideriamo il seguente esempio.

Se si vuole inserire la funzione

$$g(s) = \frac{1 + s}{1 + 5s} \quad (5.1)$$

usando la tastiera si digita

```
> g = (1 + s)/(1 + 5*s)
```

```
g=(1+s)/(1+5*s)
```

```
.....
```

```
-----
```

```
.....
```

```
      0.2 (s + 1)
g = -----
      (s + 0.2)
```

```
>
```

quindi la funzione viene memorizzata nel file `g.mat`.

Sono ammesse le operazioni di somma, sottrazione, prodotto, divisione e potenza già definite in *Matlab*.

La visualizzazione della funzione di trasferimento avviene semplicemente chiamando il relativo nome

```
> g
```

```
      0.2 (s + 1)
g = -----
      (s + 0.2)
```

```
>
```

oppure usando le notazioni

```
> g =
```

```
      0.2 (s + 1)
g = -----
      (s + 0.2)
```

```
> g:
```

```
      1 (s + 1)
g = -----
      (5*s + 1)
```

```
>
```

per ottenere la funzione di trasferimento nella forma zeri-poli o con costanti di tempo.

Infine, se si invia il comando

```
> g;
```

viene visualizzata la mappa grafica degli zeri e poli del sistema, come in Figura 5.1.

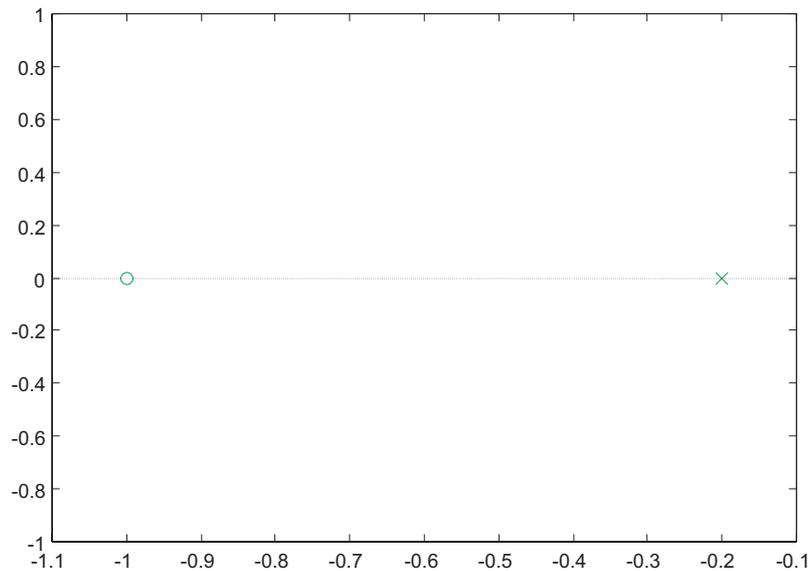


Figura 5.1: Polo (\times) e zero (\circ) della funzione g .

TFI consente l'uso della sintassi del *Matlab* anche per calcoli numerici. L'espressione da calcolare va posta entro parentesi quadre, a meno che essa non inizi con un numero. In questi casi l'espressione viene passata automaticamente all'interprete dei comandi di *Matlab*.

5.1.2 Passaggio di funzioni di trasferimento tra *TFI* e *Matlab*

TFI salva le funzioni di trasferimento in file di tipo `.mat` e lavora perciò con oggetti che possono essere caricati da *Matlab* e viceversa. È quindi possibile convertire la forma di *Matlab* a quella di *TFI* e da *TFI* a *Matlab* usando le funzioni *Matlab* `sys=exportf('g',[1])` per convertire la funzione di trasferimento g al corrispondente sistema *TFI* `sys` e `importf(sys,'g',[1])` per caricare in *Matlab* una funzione di trasferimento di *TFI* nella forma polinomiale se si utilizza l'opzione `[1]`. Per gli ulteriori comandi si rimanda al manuale [7].

5.1.3 Comandi *Matlab* in ambiente *TFI*

Da *TFI* è possibile usare alcuni dei comandi comuni all'ambiente *Matlab*. I più utilizzati sono:

```
cd  
  
clc  
  
clear  
  
delete  
  
dir  
  
help file  
  
fig[ure]  
  
new  
  
print  
  
shg  
  
zoom  
  
what
```

5.1.4 *TFI* e le sue applicazioni

Nel seguito verranno richiamate ed illustrate in ordine alfabetico le funzioni utilizzate per la risoluzione degli esercizi proposti nel seguito.

- **defactf**: `defactf,gi,gj` visualizza e salva nella directory corrente di lavoro con il nome `gj` la forma polinomiale di una data funzione di trasferimento `gi` relativa ad un sistema a tempo continuo o tempo discreto. Se perciò `gi` ha termini in forma fattorizzata, `gj` sarà espressa nella forma non fattorizzata.
- **factf**: `factf,gi,gj` visualizza e salva nella directory corrente di lavoro con il nome `gj` la forma fattorizzata (con un fattore di primo grado per ogni radice reale e uno di secondo grado per ogni coppia di radici complesse) di una funzione di trasferimento `gi` relativa ad un sistema, a tempo continuo o a tempo discreto, data in forma polinomiale non completamente fattorizzata.
- **fresp**: `fresp,gi` traccia la funzione di risposta in frequenza del sistema a tempo continuo o a tempo discreto `gi`. L'interattivo di cui il programma è dotato consente di ottenere, in colori diversi, piu' grafici nella stessa figura, relativi a diverse funzioni. Una volta invocato, il programma propone le seguenti scelte:

- 1 - Diagramma di Bode dell'ampiezza
- 2 - Diagramma di Bode della fase
- 3 - Diagrammi di Bode di ampiezza e fase - una sola figura
- 4 - Diagrammi di Bode di ampiezza e fase - due figure
- 5 - Diagramma di Nichols
- 6 - Diagramma di Nyquist

operare una scelta (0 per uscire) :

- **lagc**: lagc,gi,gj realizza il progetto per tentativi di una rete ritardatrice gj per il sistema controllato gi utilizzando i diagrammi di Bode.

Al momento dell'invocazione del comando, viene visualizzata la seguente schermata e la Figura del sistema a blocchi 5.2

```
> lagc,gi,gj

lagc (progetto interattivo di rete ritardatrice)

**** premere invio per proseguire

informazioni sul progetto della rete ritardatrice ? (1) : 1
```

RETE RITARDATRICE

Funzione di trasferimento: $gc(s) = \frac{1 + \text{alfa tau } s}{1 + \text{tau } s}$.

Pulsazione di centro banda: $\text{om}_0 = 1/(\text{tau sqrt}(\text{alfa}))$.

Massimo ritardo di fase (ad om_0): $\text{phi}_0 = -\arcsen \frac{1 - \text{alfa}}{1 + \text{alfa}}$.

**** premere un tasto per vedere i diagrammi di Bode

Per il progetto si seguono le istruzioni del programma.

- **leadc**: leadc,gi,gj realizza il progetto per tentativi di una rete anticipatrice gj per il sistema controllato gi utilizzando i diagrammi di Bode.

L'output è simile a quello mostrato per la rete ritardatrice.

- **rootl**: rootl,gi traccia il luogo delle radici di $1 + Kgi = 0$ per sistemi a tempo continuo o discreto con $K \in [0, \infty)$.

Il programma visualizza il seguente output e la Figura 5.3

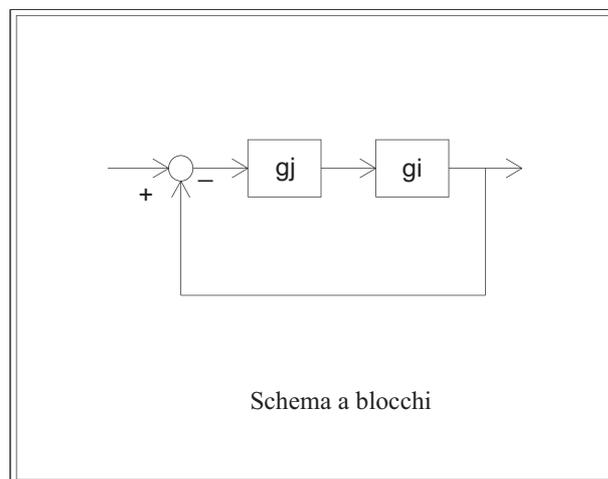


Figura 5.2: Schema in retroazione con una rete ritardatrice.

```
> rootl,gi
```

```
rootl (luogo delle radici)
```

```
**** premere invio per proseguire
```

```
LUOGO DELLE RADICI :
```

```
x poli ad anello aperto (= poli ad anello chiuso per K=0)
o zeri ad anello aperto (= poli ad anello chiuso per K=Inf)
+ poli ad anello chiuso per K=1
```

```
il luogo viene tracciato passo passo per K crescente
o per K decrescente se il sistema e' non causale
```

```
scegliere il colore del grafico: w=bianco, g=verde,
b=blu, r=rosso, y=giallo, m=magenta, c=celeste, default verde :
```

- **tresp**: `tresp,gi` traccia la risposta al gradino o all'impulso del sistema con funzione di trasferimento `gi`, a tempo continuo o a tempo discreto, con scelta fra la risposta ad anello aperto o in retroazione unitaria. Il programma infatti propone le seguenti opzioni

- 1 - risposta al gradino ad anello aperto
- 2 - risposta al gradino ad anello chiuso
- 3 - risposta all'impulso ad anello aperto
- 4 - risposta all'impulso ad anello chiuso

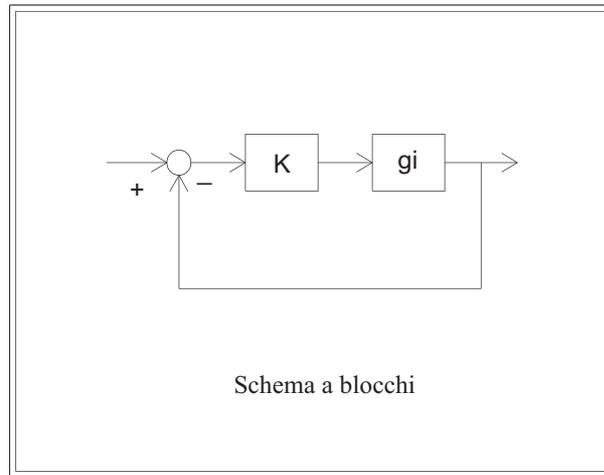


Figura 5.3: Schema per il calcolo del luogo delle radici.

operare una scelta (default 1, 0 per uscire) :

5.2 Progetto di una rete anticipatrice con i diagrammi di Bode

Si consideri il sistema chiuso in retroazione unitaria caratterizzato dalla funzione di trasferimento $G_p(s)$

$$G_p(s) = \frac{1000}{s(s+10)}. \quad (5.2)$$

1. si progetti una rete anticipatrice $G_c(s)$ da collegare in serie al sistema $G_p(s)$, con funzione di trasferimento

$$G_c(s) = \frac{1 + \tau s}{1 + \alpha \tau s} \quad (5.3)$$

con $\alpha < 1$, in modo che il sistema risultante sia caratterizzato da un margine di fase $M_f > 75^\circ$ e da un picco di risonanza minore di 1.1.

2. Si illustri l'intervento della rete progettata con i diagrammi di Bode e di Nyquist.
3. Determinare le caratteristiche (massima sovraelongazione, tempo di assestamento, errore a regime) della risposta al gradino del sistema compensato chiuso in retroazione unitaria.

Risoluzione

Viene inserita la funzione del sistema da controllare

5.2. PROGETTO DI UNA RETE ANTICIPATRICE CON I DIAGRAMMI DI BODE 85

```
> Gp=1000/(s*(s+10))
```

```
Gp=1000/(s*(s+10))
```

```
.....  
-----  
.....
```

$$G_p = \frac{1000}{s(s+10)}$$

e successivamente si richiama la funzione leadc per il progetto interattivo della rete anticipatrice.

```
leadc,Gp,Gc  
leadc (progetto interattivo di rete anticipatrice)
```

```
**** premere invio per proseguire
```

che genera il seguente output (Figure 5.4)
e l'interattivo a testo

PROCEDIMENTO DI PROGETTO DELLA RETE ANTICIPATRICE:

- 1 - vengono calcolati e mostrati il margine di fase phm e la corrispondente pulsazione omm del sistema controllato;
- 2 - specificato dall'utente il margine di fase richiesto phd, viene calcolato e mostrato il valore alfa_0 corrispondente ad un anticipo di fase a centro banda pari a phd-phm;
- 3 - per il primo tentativo si assume $\text{alfa} = (\text{alfa}_0)/2$;
- 4 - tau viene variato fra $\sqrt{\text{alfa}}/\text{omm}$ e $1/(\text{omm}*\sqrt{\text{alfa}})$ (100 passi) e viene scelto il valore corrispondente al massimo margine di fase del sistema complessivo.

In interattivo si puo' modificare il valore di alfa.

```
inviare 1 per proseguire con il progetto, 0 per uscire : 1
```

Nelle Figure 5.5 vengono visualizzati i diagrammi di Bode del sistema senza rete correttiva e dopo l'applicazione della rete correttiva progettata sulla base delle seguenti specifiche

```
margine di fase senza correzione: 17.96 gradi  
alla pulsazione: 30.84 rad/sec
```

```
specificare il margine di fase voluto : 75
```

```
anticipo di fase necessario: 57.04 gradi  
valore di alfa di primo tentativo: 0.04377
```

```
**** premere un tasto per proseguire
```

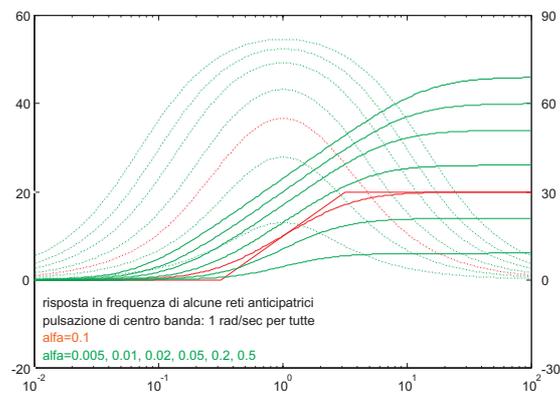
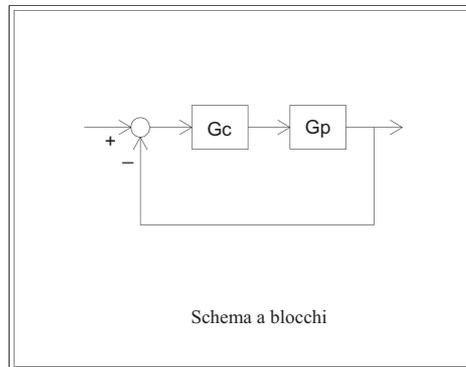


Figura 5.4: Output grafico della funzione leadc.

da cui calcolare i seguenti valori e le risposte del sistema in retroazione

**** premere un tasto per proseguire

**** figura 1 ****

**** figura 2 ****

**** figura 3 ****

colore di riferimento: g ; f.d.t. del sistema controllato: Gp

100 passi di ricerca di tau nell'intervallo scelto:

margine di fase massimo trovato al passo: 37

margine di fase senza rete correttiva: 17.96

margine di fase con rete correttiva : 75

5.2. PROGETTO DI UNA RETE ANTICIPATRICE CON I DIAGRAMMI DI BODE 87

la rete corretttrice ottenuta:
 alfa = 0.04377 , tau = 0.06201 sec

si puo' cambiare alfa; verra' determinato il tau
 corrispondente al margine di fase massimo

specificare alfa (min .005, max 0.1751), invio per uscire :

**** figura 1 **** si riferisce alla Figura 5.5, mentre **** figura 2 ****
 e **** figura 3 **** alle Figure 5.6
 Con il valore di primo tentativo per α e τ corrispondente al margine di fase
 massimo, si ottiene il seguente messaggio

LA RETE CORRETRRICE OTTENUTA :

alfa = 0.04377 , tau = 0.06201 sec

$$G_c = \frac{22.85 (s + 16.13)}{(s + 368.4)}$$

>

oppure

> Gc:

$$G_c = \frac{1 (0.06201*s + 1)}{(0.002714*s + 1)}$$

Per visualizzare i diagrammi di Bode e determinare il picco di risonanza e ve-
 rificare il margine di fase ottenuti, si utilizza la funzione `fresp`, secondo la
 sintassi

> G=Gp*Gc

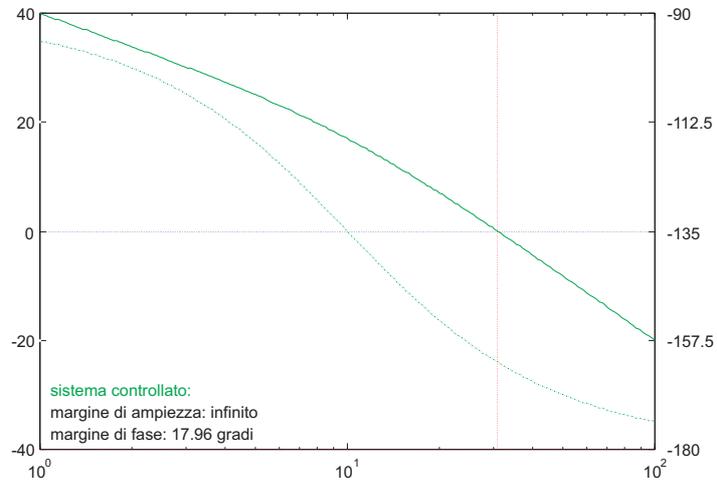
G=Gp*Gc

.....

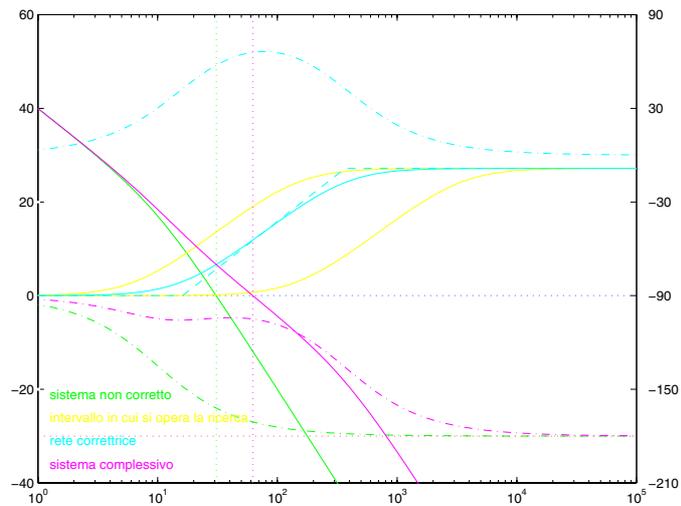
$$G = \frac{2.285e+004 (s + 16.13)}{s (s + 10) (s + 368.4)}$$

> fresp,G

Si ottengono i seguenti diagrammi di Bode dell'ampiezza e della fase visualizzati
 nella Figura 5.7



(a)



(b)

Figura 5.5: Diagrammi di Bode del sistema con (a) e senza (b) rete correttiva.

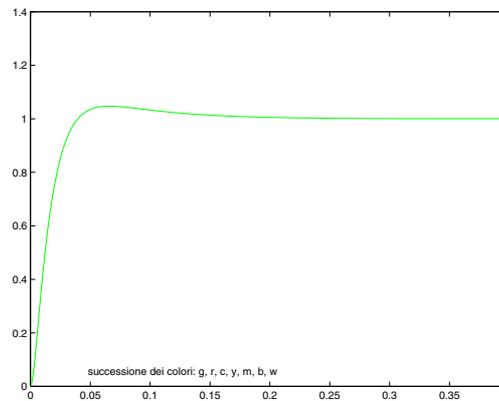
RISPOSTA IN FREQUENZA AD ANELLO APERTO :

margine di ampiezza non determinabile

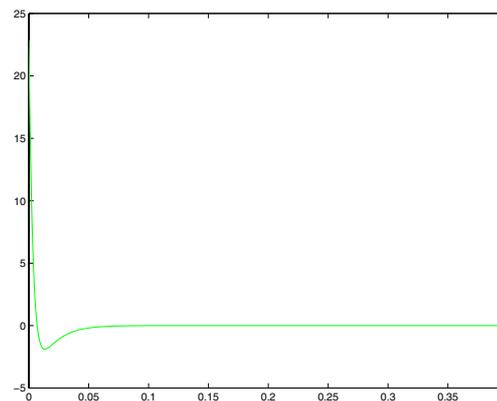
margine di fase: 75 gradi per $\omega = 62.36$ rad/sec

ascissa dell'asintoto verticale del diagramma polare: -4.071

5.2. PROGETTO DI UNA RETE ANTICIPATRICE CON I DIAGRAMMI DI BODE⁸⁹



(a)



(b)

Figura 5.6: Risposta al gradino del sistema compensato (a) e uscita della rete correttiva (b).

RISPOSTA IN FREQUENZA AD ANELLO CHIUSO :

risonanza assoluta: 1.038 (0.3239 db) per $\omega = 18.1$ rad/sec
guadagno statico: 1 (0 db); risonanza relativa: 1.038 (0.3239 db)
banda passante (-3db): 81.29 rad/sec

**** premere un tasto per proseguire

Per evidenziare l'effetto dell'intervento della rete anticipatrice, si riportano i diagrammi di Bode (Figura 5.8) e Nyquist (Figura 5.9) del sistema non compensato e compensato con le rispettive caratteristiche

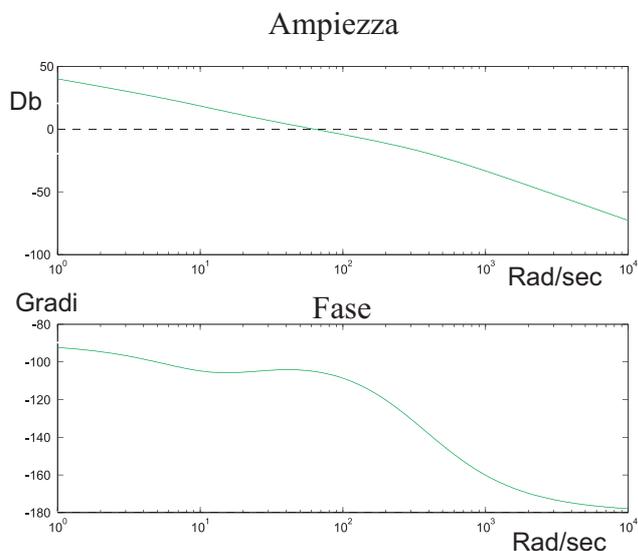


Figura 5.7: Diagramma di Bode della fase e dell'ampiezza per il sistema compensato $G(s) = G_c(s) * G_p(s)$.

Si può notare anche l'effetto della rete anticipatrice confrontando i parametri della risposta in frequenza per il sistema non compensato

RISPOSTA IN FREQUENZA AD ANELLO APERTO :

margine di ampiezza non determinabile
 margine di fase: 17.96 gradi per $\omega = 30.84$ rad/sec
 ascissa dell'asintoto verticale del diagramma polare: -10

RISPOSTA IN FREQUENZA AD ANELLO CHIUSO :

risonanza assoluta: 3.203 (10.11 db) per $\omega = 30.82$ rad/sec
 guadagno statico: 1 (0 db); risonanza relativa: 3.203 (10.11 db)
 banda passante (-3db): 48.27 rad/sec

e quelli del sistema compensato

RISPOSTA IN FREQUENZA AD ANELLO APERTO :

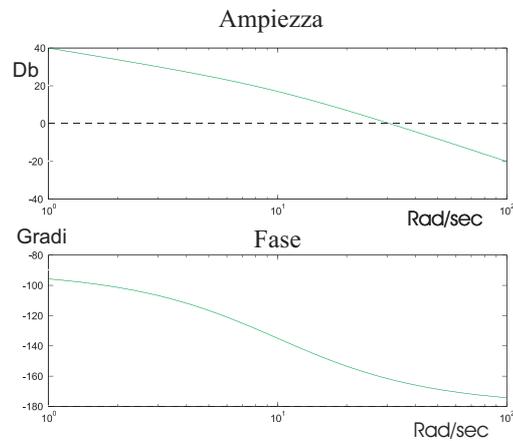
margine di ampiezza non determinabile
 margine di fase: 75 gradi per $\omega = 62.36$ rad/sec
 ascissa dell'asintoto verticale del diagramma polare: -4.071

RISPOSTA IN FREQUENZA AD ANELLO CHIUSO :

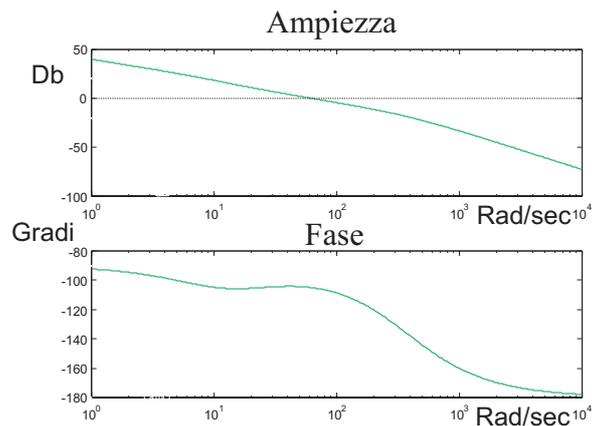
risonanza assoluta: 1.038 (0.3239 db) per $\omega = 18.1$ rad/sec
 guadagno statico: 1 (0 db); risonanza relativa: 1.038 (0.3239 db)
 banda passante (-3db): 81.29 rad/sec

Si possono perciò notare l'aumento del margine di fase (per cui la rete è stata progettata), la diminuzione del picco di risonanza e l'aumento della larghezza di banda dovuto all'incremento del guadagno alle alte frequenze.

5.2. PROGETTO DI UNA RETE ANTICIPATRICE CON I DIAGRAMMI DI BODE 91



(a)



(b)

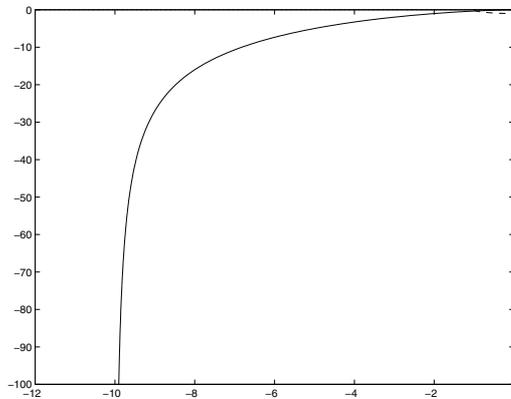
Figura 5.8: Diagrammi di Bode della fase e dell'ampiezza per il sistema non compensato (a) e compensato (b) $G_p(s)$.

I diagrammi di Nyquist del sistema con e senza rete anticipatrice sono visualizzati nella Figura 5.9

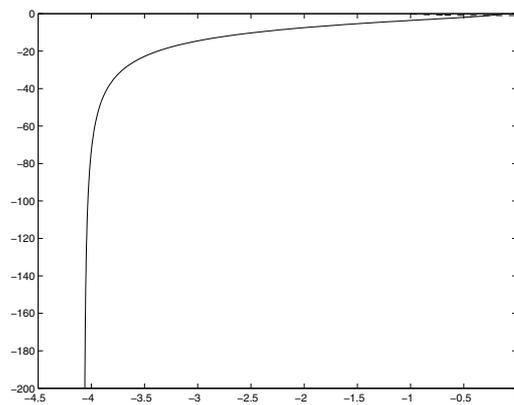
I parametri della risposta al gradino del sistema compensato chiuso in retroazione unitaria sono determinabili attraverso la funzione `tresp`. Digitando infatti il comando

```
> tresp,G
    tresp (risposta nel tempo)

    1 - risposta al gradino ad anello aperto
```



(a)



(b)

Figura 5.9: Diagrammi di Nyquist per il sistema non compensato (a) e compensato (b) $G_p(s)$.

- 2 - risposta al gradino ad anello chiuso
- 3 - risposta all'impulso ad anello aperto
- 4 - risposta all'impulso ad anello chiuso

operare una scelta (default 1, 0 per uscire) : 2

si ottiene il seguente output

scegliere il colore del grafico: w=bianco, g=verde,
b=blu, r=rosso, y=giallo, m=magenta, c=celeste, default verde :

**** figura 1 ****

5.2. PROGETTO DI UNA RETE ANTICIPATRICE CON I DIAGRAMMI DI BODE93

MENU :

- 1 - cambiare gli assi di riferimento
- 2 - inserire reticolo
- 3 - informazioni (solo sulla risposta al gradino)
- 4 - aggiungere un grafico in colore diverso
- 5 - rivedere la figura
- 6 - informazioni sui grafici con il mouse

operare una scelta (premere invio per uscire) : 3

RISPOSTA AL GRADINO :

massima sovraelongazione: 4.741 per cento per $t=0.06586$ sec

tempo di ritardo (al 50 per cento): 0.0122 sec

tempo di salita (dal 10 al 90 per cento): 0.02456 sec

tempo di assestamento (al piu'/meno 5 per cento): 0.03265 sec

ERRORI A REGIME (SOLO AD ANELLO CHIUSO) :

errore a regime in risposta al gradino: 0

errore a regime in risposta alla rampa: 0.01

premere un tasto per proseguire

La risposta al gradino nella Figura 5.10.

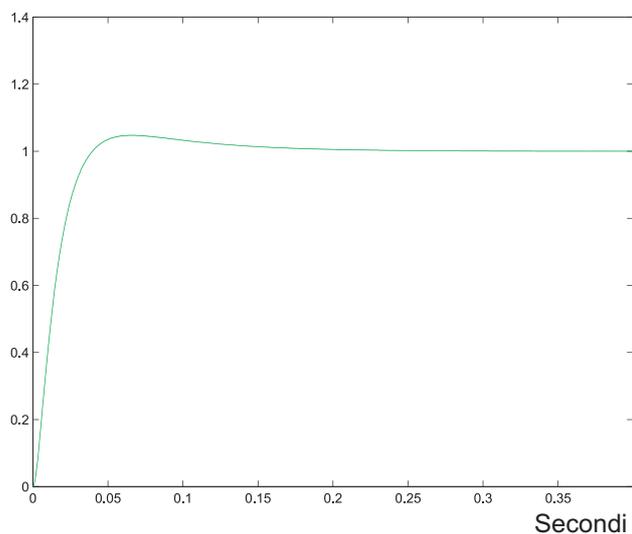


Figura 5.10: Risposta al gradino del sistema chiuso in retroazione unitaria.

5.3 Progetto di una rete corretttrice con il luogo delle radici

Si consideri il sistema descritto dalla funzione di trasferimento

$$G_p(s) = \frac{K}{s(s+10)(s+50)} \quad (5.4)$$

chiuso in retroazione unitaria

Utilizzando il luogo delle radici, si progetti la rete anticipatrice, con uno zero localizzato ad $s = -15$, che consenta di soddisfare le seguenti specifiche

- massima sovraelongazione percentuale approssimativamente uguale a 7.5%
- tempo di assestamento pari a 0.4 secondi.

Soluzione

Utilizzando la funzione `root1`, si grafica il luogo delle radici (Figura 5.11) relativo alla funzione di trasferimento $G_p(s)$ del sistema da controllare come in Figura 5.12.

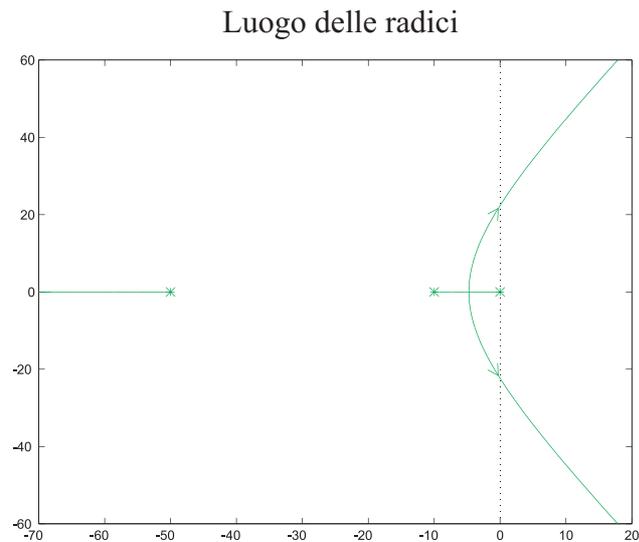


Figura 5.11: Luogo delle radici di $G_p(s)$.

Viene generato in seguente output

```
> Gp = 1/(s*(s+10)*(s+50))
```

```
Gp=1/(s*(s+10)*(s+50))
```

```
.....
-----
.....
```

5.3. PROGETTO DI UNA RETE CORRETRICE CON IL LUOGO DELLE RADICI 95

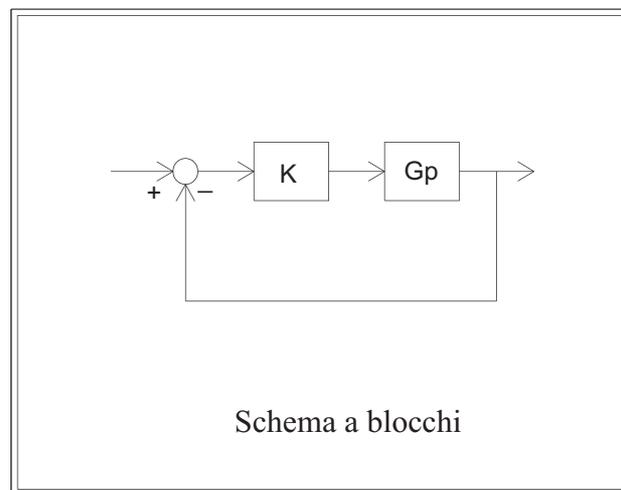


Figura 5.12: Schema a blocchi relativo al luogo delle radici per $G_p(s)$.

$$G_p = \frac{1}{s(s+10)(s+50)}$$

```
> rootl,Gp
rootl (luogo delle radici)

**** premere invio per proseguire

LUOGO DELLE RADICI :

x poli ad anello aperto (= poli ad anello chiuso per K=0)
o zeri ad anello aperto (= poli ad anello chiuso per K=Inf)
+ poli ad anello chiuso per K=1

il luogo viene tracciato passo passo per K crescente
o per K decrescente se il sistema e' non causale

scegliere il colore del grafico: w=bianco, g=verde,
b=blu, r=rosso, y=giallo, m=magenta, c=celeste, default verde :

**** figura 1 ****

MENU :

1 - cambiare gli assi di riferimento e ripetere l'ultimo grafico
2 - inserire reticolo
```

- 3 - informazioni su punti di diramazione e asintoti
- 4 - aggiungere un grafico in colore diverso
- 5 - rivedere la figura
- 6 - informazioni sul luogo con il mouse
- 7 - luoghi a delta costante (on/off)
- 8 - tracciare gli asintoti
- 9 - mostrare la disposizione dei poli per un dato valore di K
- 10 - cambiare il passo e ripetere l'ultimo grafico

operare una scelta (premere invio per uscire) : 6

**** premere invio per abilitare la selezione

**** figura 1 ****

conservare le frecce ? (1) : 1

Le intersezioni del luogo con l'asse delle ordinate corrispondono ad un $K = 2.99 \times 10^4$.

Si introduce la rete anticipatrice $G_c(s)$ con lo zero fissato e il polo scelto a -100 corrispondente ad una dinamica veloce.

$$G_c(s) = \frac{1 + \frac{s}{15}}{1 + \frac{s}{100}} \quad (5.5)$$

> Gc=(1+s/15)/(1+s/100)

Gc=(1+s/15)/(1+s/100)

.....

.....

$$G_c = \frac{6.667 (s + 15)}{(s + 100)}$$

>

L'inserimento della rete a monte del blocco G_p nella Figura 5.12 porta ad un nuovo luogo delle radici, riportato in Figura 5.13.

> G=Gc*Gp

G=Gc*Gp

.....

.....

$$6.667 (s + 15)$$

5.3. PROGETTO DI UNA RETE CORRETRICE CON IL LUOGO DELLE RADICI 97

```

G = -----
    s (s + 10) (s + 50) (s + 100)

>root1,G
root1 (luogo delle radici)

**** premere invio per proseguire

LUOGO DELLE RADICI :

x poli ad anello aperto (= poli ad anello chiuso per K=0)
o zeri ad anello aperto (= poli ad anello chiuso per K=Inf)
+ poli ad anello chiuso per K=1

il luogo viene tracciato passo passo per K crescente
o per K decrescente se il sistema non causale

scegliere il colore del grafico: w=bianco, g=verde,
b=blu, r=rosso, y=giallo, m=magenta, c=celeste, default verde :

**** figura 2 ****

```

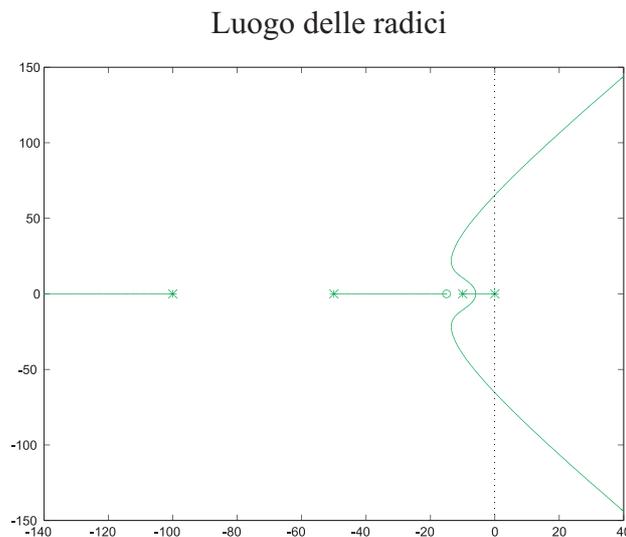
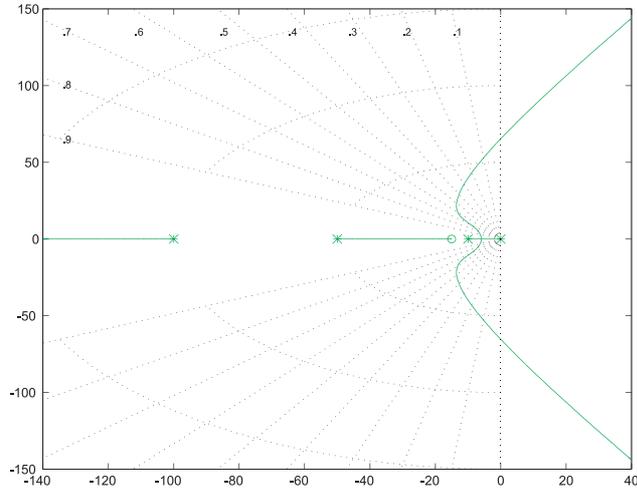


Figura 5.13: Luogo delle radici per $G_c(s)G_p(s)$.

I punti di intersezione del luogo con l'asse delle ordinate corrispondono ad un valore di K pari a 8.95×10^4 . Si osservi come l'introduzione di uno zero generi una deformazione nel luogo delle radici, provocando un effetto "attrattivo".

Per rispettare la prima specifica di $S < 7.5\%$, se il sistema fosse del secondo ordine e privo di zeri, sarebbe necessario un $\delta \approx 0.65 \div 0.66$ (Figura 5.14). Usando ancora il menu di `root1`, si graficano le zone a δ costante e, utilizzando il mouse, si determina un valore di K di primo tentativo.

Luogo delle radici e regioni a δ costanteFigura 5.14: Regioni a δ per $G_c(s)G_p(s)$.

Valori ammissibili per K sono $5000 < K < 10000$. Una procedura per tentativi richiede di verificare i risultati ottenuti con la funzione `tresp` applicata a $G(s) = KG_c(s)G_p(s)$ per la risposta al gradino. Tale procedura porta a scegliere il valore di $K = 6000$, corrispondente ai seguenti risultati.

```
> G=6000*Gc*Gp
```

```
G=6000*Gc*Gp
```

```
.....
```

```
-----
```

```
.....
```

$$G = \frac{4e+004 (s + 15)}{s (s + 10) (s + 50) (s + 100)}$$

```
> tresp,G
```

```
tresp (risposta nel tempo)
```

- 1 - risposta al gradino ad anello aperto
- 2 - risposta al gradino ad anello chiuso
- 3 - risposta all'impulso ad anello aperto
- 4 - risposta all'impulso ad anello chiuso

operare una scelta (default 1, 0 per uscire) : 2

scegliere il colore del grafico: w=bianco, g=verde,
b=blu, r=rosso, y=giallo, m=magenta, c=celeste, default verde :

**** figura 1 ****

Si ottiene la seguente risposta al gradino (Figura 5.15) corrispondente ai seguenti risultati.

RISPOSTA AL GRADINO :

massima sovraelongazione: 7.477 percento per $t=0.2913$ sec
tempo di ritardo (al 50 percento): 0.09172 sec
tempo di salita (dal 10 al 90 percento): 0.1309 sec
tempo di assestamento (al piu'/meno 5 percento): 0.3759 sec

ERRORI A REGIME (SOLO AD ANELLO CHIUSO) :

errore a regime in risposta al gradino: 0
errore a regime in risposta alla rampa: 0.08333

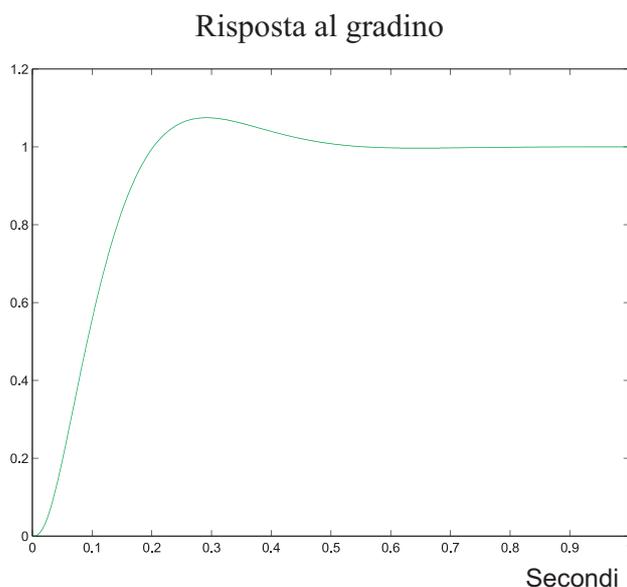


Figura 5.15: Risposta al gradino del sistema $KG_c(s)G_p(s)$ chiuso in retroazione con $K = 6000$.

Le specifiche risultano soddisfatte.

5.4 Progetto di una rete ritardatrice

Data la funzione di trasferimento

$$G_p(s) = \frac{K}{s(s+5)^2} \tag{5.6}$$

progettare la rete ritardatrice e calcolare il valore di K tali che il sistema chiuso in retroazione unitaria soddisfi le seguenti specifiche

- massima sovralongazione minore dell'1%
- tempo di salita minore di 2 secondi
- tempo di assestamento di 2.5 secondi

Confrontare le prestazioni delle diverse soluzioni ottenute in termini di larghezza di banda, margine di ampiezza e margine di fase.

Soluzione

La Figura 5.16 riporta il luogo delle radici per il sistema $G_p(s)$

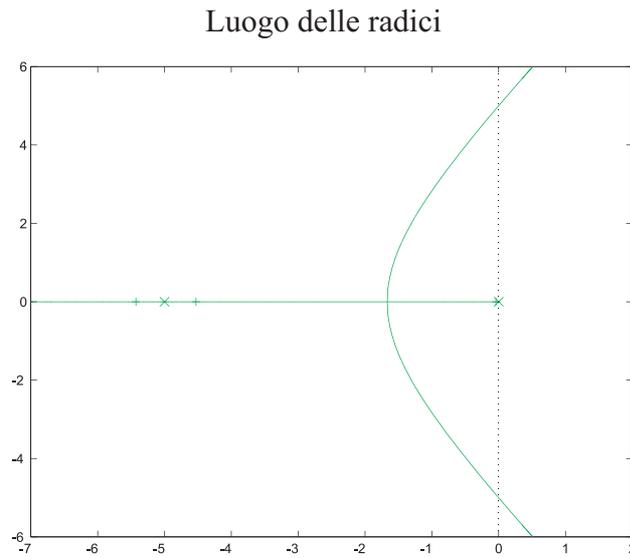


Figura 5.16: Luogo delle radici per $G_p(s)$.

precedentemente introdotto in *TFI*

```
> Gp=1.0/(s*(s+5)^2)
```

```
Gp=1.0/(s*(s+5)^2)
```

```
.....
```

```
-----
```

```
.....
```

$$G_p = \frac{1}{s(s+5)^2}$$

>

Le tacche nel luogo corrispondono al valore di $K = 1$. La risposta al gradino del sistema non compensato risulta avere le seguenti caratteristiche

RISPOSTA AL GRADINO :

nessuna sovraelongazione
tempo di ritardo (al 50 per cento): 17.46 sec
tempo di salita (dal 10 al 90 per cento): 54.04 sec
tempo di assestamento (al pi/meno 5 per cento): 74.09 sec

ERRORI A REGIME (SOLO AD ANELLO CHIUSO) :

errore a regime in risposta al gradino: 0
errore a regime in risposta alla rampa: 25

Come primo tentativo si introduce una rete ritardatrice $G_{c1}(s)$ con lo zero vicino al polo -5 , secondo l'equazione

$$G_{c1} = \frac{1 + \frac{s}{4.8}}{1 + \frac{s}{4.5}} \quad (5.7)$$

Il luogo si modifica secondo la Figura 5.17.

Luogo delle radici

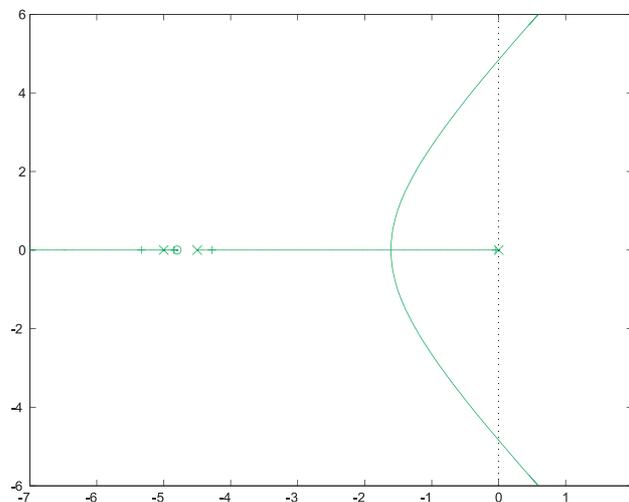


Figura 5.17: Luogo delle radici per $G_{c1}G_p(s)$.

La specifica di $S < 1\%$ richiede, se il sistema fosse del secondo ordine e senza zeri, un $0.85 < \delta < 1$. Utilizzando lo stesso luogo delle radici con le regioni a δ costante, si ottiene un valore di K circa uguale a 21. In corrispondenza di tale valore si verificano le specifiche relative alla risposta al gradino per il sistema $G_1(s) = 21G_p(s)G_{c1}(s)$.

```

> G1=21*G1

G1=21*G1
.....
-----
.....

      19.69 (s + 4.8)
G1 = -----
      s (s + 4.5) (s + 5)^2

```

Si utilizza la funzione `tresp` applicata a $G_1(s)$ e si ottengono i seguenti risultati

```

RISPOSTA AL GRADINO :
massima sovraelongazione: 0.1618 percento per t=4.313 sec
tempo di ritardo (al 50 percento): 1.075 sec
tempo di salita (dal 10 al 90 percento): 1.707 sec
tempo di assestamento (al piu'/meno 5 percento): 2.487 sec

ERRORI A REGIME (SOLO AD ANELLO CHIUSO) :
errore a regime in risposta al gradino: 0
errore a regime in risposta alla rampa: 1.19

```

corrispondenti alla risposta di Figura 5.18. Le caratteristiche della risposta al gradino soddisfano le specifiche richieste.

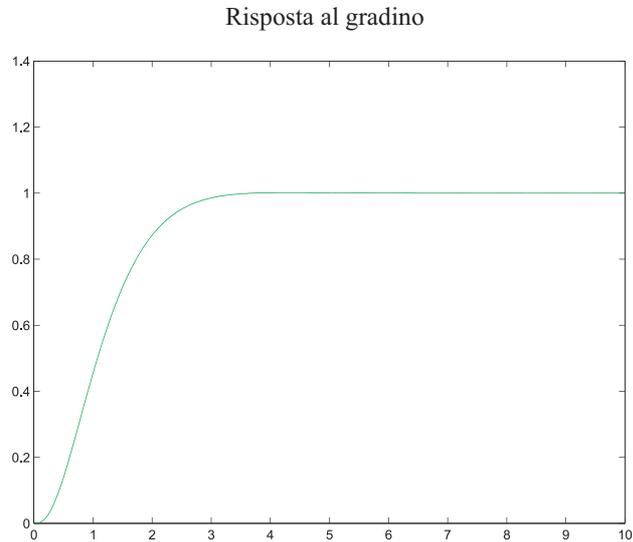


Figura 5.18: Risposta al gradino per il sistema $G_1(s) = 21G_{c1}(s)G_p(s)$.

Una seconda possibile rete corretttrice è ottenuta dalla funzione di trasferi-

mento $G_{c2}(s)$

$$G_{c2}(s) = \frac{1 + \frac{s}{9}}{1 + \frac{s}{8}} \tag{5.8}$$

secondo cui, il luogo delle radici della rete complessiva $G_{c2}(s)G_p(s)$ sono rappresentati nella Figura 5.19

Luogo delle radici

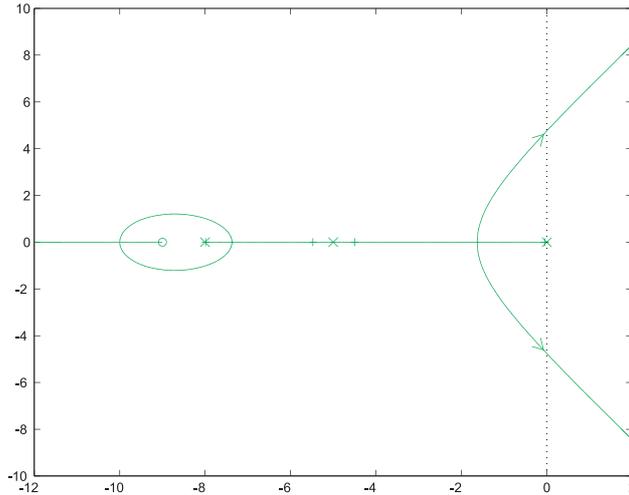


Figura 5.19: Luogo delle radici della funzione $G_{c2}(s)G_p(s)$.

precedentemente introdotta in *TFI*

```
> Gc2=(1+s/9)/(1+s/8)
```

```
Gc2=(1+s/9)/(1+s/8)
```

```
.....
-----
.....
```

```
      0.8889 (s + 9)
Gc2 = -----
      (s + 8)
```

```
>
```

e la funzione complessiva risulta

```
> G2=Gc2*Gp
```

```
G2=Gc2*Gp
```

```
.....
-----
.....
```

$$G_2 = \frac{0.8889 (s + 9)}{s (s + 5)^2 (s + 8)}$$

>

Disegnando il luogo a δ costante si può determinare il valore di primo tentativo per K . Tale diagramma è rappresentato in Figura 5.20

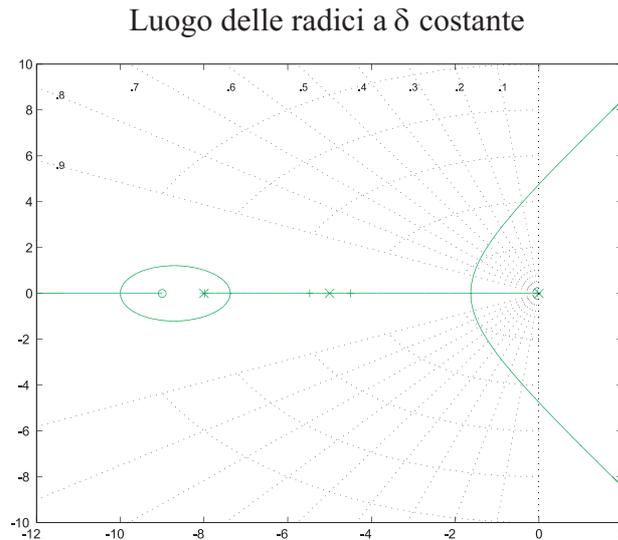


Figura 5.20: Luogo delle radici a δ costante per la funzione $G_{c2}(s)G_p(s)$.

Si determina un valore iniziale di 20 che porta alle seguenti prestazioni

RISPOSTA AL GRADINO :

massima sovraelongazione: 0.03215 per cento per $t=5.246$ sec
tempo di ritardo (al 50 per cento): 1.111 sec
tempo di salita (dal 10 al 90 per cento): 1.819 sec
tempo di assestamento (al piu'/meno 5 per cento): 2.662 sec

ERRORI A REGIME (SOLO AD ANELLO CHIUSO) :

errore a regime in risposta al gradino: 0
errore a regime in risposta alla rampa: 1.25

Non essendo rispettata la specifica del tempo di assestamento (< 2.5 secondi), K deve essere modificato per tentativi fino al valore 22, al fine di raggiungere la prestazione richiesta. Si ottiene perciò la seguente risposta al gradino della rete rappresentata in Figura 5.21.

La rete complessiva ha funzione di trasferimento

$$>G_2 = \frac{19.56 (s + 9)}{s (s + 5)^2 (s + 8)}$$

>

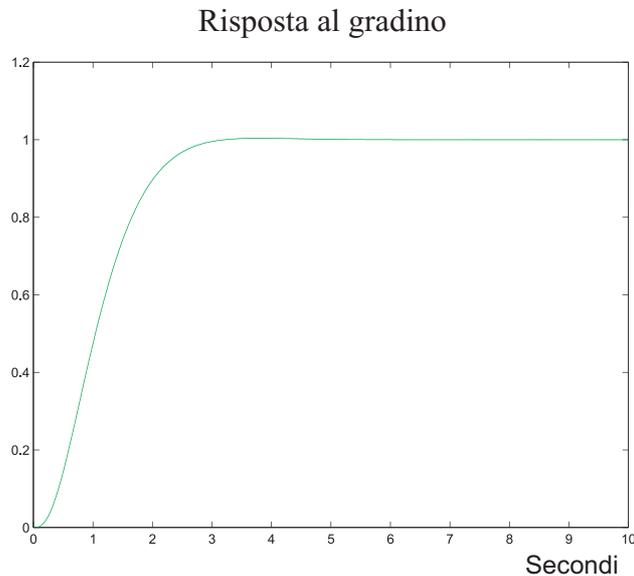


Figura 5.21: Risposta al gradino per la funzione $KG_{c2}(s)G_p(s)$.

le cui prestazioni al gradino risultano

RISPOSTA AL GRADINO :

massima sovraelongazione: 0.3624 percento per $t=3.797$ sec
tempo di ritardo (al 50 percento): 1.041 sec
tempo di salita (dal 10 al 90 percento): 1.598 sec
tempo di assestamento (al pi/meno 5 percento): 2.328 sec

ERRORI A REGIME (SOLO AD ANELLO CHIUSO) :

errore a regime in risposta al gradino: 0
errore a regime in risposta alla rampa: 1.136

che verificano quelle assegnate dall'esercizio.

Per finire, si possono confrontare le prestazioni delle due reti correttrici rappresentate dalle funzioni (5.7) e (5.8). Si utilizza la funzione `fresp`, per determinare le caratteristiche della risposta in frequenza dei sistemi compensati. Per la prima rete (Equazione 5.7) si ha

RISPOSTA IN FREQUENZA AD ANELLO APERTO :

margine di ampiezza: 11.55 (21.25 db) per $\omega=4.842$ rad/sec
margine di fase: 70.82 gradi per $\omega=0.8167$ rad/sec
ascissa dell'asintoto verticale del diagramma polare: -0.3477

RISPOSTA IN FREQUENZA AD ANELLO CHIUSO :

risonanza ad anello chiuso non determinabile
guadagno statico ad anello chiuso: 1 (0 db)
banda passante (-3db): 1.259 rad/sec

mentre per la seconda (Equazione 5.8),

RISPOSTA IN FREQUENZA AD ANELLO APERTO :

 margine di ampiezza: 10.58 (20.49 db) per $\omega = 4.755$ rad/sec

 margine di fase: 69.94 gradi per $\omega = 0.8541$ rad/sec

 ascissa dell'asintoto verticale del diagramma polare: -0.3642

RISPOSTA IN FREQUENZA AD ANELLO CHIUSO :

 risonanza ad anello chiuso non determinabile

 guadagno statico ad anello chiuso: 1 (0 db)

 banda passante (-3db): 1.344 rad/sec

La seconda rete, avendo il polo più negativo, corrisponde ad un sistema ad anello chiuso "più pronto", cioè con una banda passante maggiore.

5.5 Esercizi proposti in aula didattica.

Un motore in corrente continua è rappresentato dalla seguente funzione di trasferimento

$$G_m(s) = \frac{6.087 \times 10^{10}}{s(s^3 + 423.42s^2 + 2.6667 \times 10^6 s + 4.2342 \times 10^8)} \quad (5.9)$$

A causa dell'accoppiamento con l'albero motore, tale funzione contiene due poli poco smorzati che generano oscillazioni nella risposta. Devono essere soddisfatte le seguenti specifiche

- Massima elongazione < 1%,
- Tempo di salita < 0.15 secondi,
- Tempo di assestamento < 0.15 secondi,
- La risposta non deve presentare oscillazioni.

Progettare una rete anticipatrice con funzione di trasferimento $G_c(s)$

$$G_c(s) = \frac{1 + \alpha\tau s}{1 + \tau s} \quad (5.10)$$

affinché risultino verificate le specifiche relative alla risposta al gradino.

Bibliografia

- [1] K. Sigmon, *MATLAB Primer*. University of Florida, Florida, Second Edition ed., 1992. (Si scarica dalla rete).
- [2] The MathWorks, Inc., *Matlab, The Language of Technical Computing. Getting Started with MATLAB.*, version 5.1 ed., May 1997. (In formato pdf su CD Matlab).
- [3] The MathWorks Inc., *Matlab User's Guide*, 1993.
- [4] G. F. Franklin, J. D. Powell, and M. Workman, *Digital Control of Dynamic Systems*. Addison-Wesley, Third Edition ed., 1998.
- [5] L. F. Shampine and M. W. Reichel, "The Matlab Ode Suite," tech. rep., The MathWorks, Inc, 1997. (Disponibile anche come file in formato pdf).
- [6] The MathWorks Inc., *Simulink User's Guide*, 1995.
- [7] G. Marro, *TFI: insegnare e apprendere i controlli automatici di base con Matlab*. Bologna: Zanichelli, I ed., Ottobre 1998.