Capitolo 9

Analisi di Sistemi a Dati Campionati

Un sistema di controllo digitale è costituito da elementi a tempo continuo (il processo da controllare, l'attuatore, il trasduttore analogico, il filtro anti-aliasing), almeno un dispositivo a tempo discreto (il regolatore digitale) e opportuni dispositivi di interfaccia (il convertitore A/D e D/A). Il progetto del regolatore richiede quindi di fare riferimento a metodologie riguardanti l'analisi dei sistemi ibridi.

Ci si limiterà a considerare il caso di problemi di controllo SISO nei quali il processo è un sistema lineare e stazionario a tempo continuo, il regolatore è un sistema lineare e stazionario a tempo discreto ed i convertitori sono rispettivamente il campionatore ideale ed il mantenitore di ordine zero (ZOH).

La prima scelta da effettuare in fase di sintesi è quella relativa al periodo di campionamento T con cui operano i convertitori. Occorre impiegare valori di T tanto più piccoli quanto più è elevata la velocità di risposta che si desidera ottenere dal sistema di controllo. D'altra parte, la scelta di T deve tenere anche conto del costo dei dispositivi, dei problemi di natura numerica e del tempo di elaborazione dei segnali.

La determinazione della funzione di trasferimento del regolatore digitale avviene attraverso due possibili approcci.

Se si privilegia l'analisi a tempo continuo, si conduce il progetto del regolatore mediante tecniche classiche di sintesi a tempo continuo, in modo che la relativa funzione di trasferimento soddisfi tutte le specifiche di progetto. Successivamente si ricava la funzione di trasferimento del sistema a tempo discreto mediante le tecniche di discretizzazione. La funzione di trasferimento del regolatore digitale collegato in serie tra il campionatore e lo ZOH deve emulare il comportamento del regolatore analogico.

La sintesi del regolatore digitale può avvenire anche basandosi su una rappresentazione puramente a tempo discreto del sistema di controllo, ottenuta attraverso la descrizione del sistema a segnali campionati costituito dal mantenitore, dal processo e dal campionatore. La sintesi deve essere in questo caso effettuata utilizzando i metodi propri dell'analisi dei sistemi retroazionati a tempo discreto.

9.1 Discretizzazione di un regolatore a tempo continuo

Dato un regolatore analogico, si può determinare un'approssimante digitale utilizzando la semplice regola di sostituzione di variabile. In particolare, si ottiene la trasformazione di *Eulero in avanti* (EA) se

$$s = \frac{z-1}{T} \quad \text{(EA)} \tag{9.1}$$

la trasformazione di *Eulero all'indietro* (EI) se

$$s = \frac{z-1}{Tz} \quad \text{(EI)} \tag{9.2}$$

infine, quella di *Tustin*, quando

$$s = \frac{2}{T}\frac{z-1}{z+1} \quad \text{(TU)}. \tag{9.3}$$

I tre metodi di discretizzazione sono basati sull'idea di utilizzare la trasformazione di campionamento $z = e^{sT}$. Infatti, tramite lo sviluppo dell'esponenziale nell'intorno di $s = 0$, si ricavano le formule alternative

$$z = e^{sT} \simeq 1 + sT \tag{9.4}$$

$$z = \frac{1}{e^{-sT}} \simeq \frac{1}{1 - sT} \tag{9.5}$$

che corrispondono ripettivamente ad EA ed EI.

Inoltre, ricordando lo sviluppo di Padé, si ottiene

$$z = e^{sT} = \frac{1}{e^{-sT}} \simeq \frac{1 + sT/2}{1 - sT/2} \tag{9.6}$$

che coincide con TU.

Un'altra tecnica per determinare un regolatore digitale consiste nel sostituire al controllore analogico $R(s)$ la sua versione a segnali campionati. La funzione di trasferimento viene calcolata sulla base dello schema di Figura 9.1.

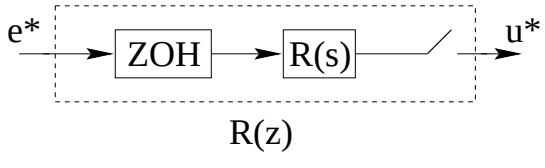

Figura 9.1: Regolatore analogico ai segnali campionati.

Tale metodo di discretizzazione può portare a soluzioni non soddisfacenti. Lo schema equivalente del regolatore risultante riportato in Figura 9.2 contiene una doppia coppia di campionatore e mantenitore di ordine zero (ZOH). Ognuna di queste coppie introduce un ritardo che puø' deteriorare le prestazioni del sistema di controllo. Occorre perciò che il progetto preliminare di $R(s)$ garantisca un'eccedenza di margine di fase superiore a quella normalmente richiesta quando si utilizza l'approccio della discretizzazione. Il metodo presentato prende il nome di *Hold Equivalence* (HE) o di tenuta e campionamento.

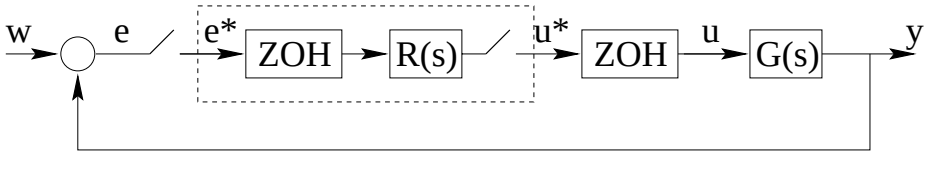

Figura 9.2: Schema equivalente del sistema di controllo digitale ottenuto con HE.

9.2 Scelta del periodo di campionamento

Una regola euristica impone che il tempo di campionamento T rispetti un vincolo del tipo

$$\frac{2\pi}{10\alpha\omega_c} \leq T \leq \frac{2\pi}{\alpha\omega_c} \tag{9.7}$$

con α di solito compreso tra 5 e 10. Legando il tempo di assestamento con la pulsazione critica ω_c (pulsazione per la quale il modulo della funzione di trasferimento è unitario), si può dimostrare che la (9.7) equivale a richiedere di avere da α a 10α campioni nell'intervallo del tempo di assestamento T_a stesso, quindi approssimativamente

$$\frac{T_a}{10\alpha} \leq T \leq \frac{T_a}{\alpha}. \tag{9.8}$$

9.3 Risposta frequenziale

Nelle funzioni di trasferimento a tempo discreto la pulsazione ω compare in forma non razionale

$$G(z) \qquad z = e^{j\omega T} \rightarrow G(e^{j\omega T}). \tag{9.9}$$

Per ovviare a questo inconveniente si usa la trasformazione

$$w = \frac{2}{T}\frac{z-1}{z+1} \qquad z = \frac{1+w\frac{T}{2}}{1-w\frac{T}{2}}. \tag{9.10}$$

Il fattore moltiplicativo $\frac{2}{T}$ garantisce che le funzioni di trasferimento nel piano w tendano a quelle nel piano s per $T \rightarrow 0$.

9.4 Progetto di Controllori Digitali

Per avere un quadro globale delle metodologie di progetto di un regolatore digitale si consideri il seguente schema in Figura 9.3.

La sezione (a) fa riferimento ad un progetto condotto cercando di soddisfare specifiche nel dominio dei tempi ed attraverso le formule di Ziegler-Nichols.

La sezione (b) presenta il procedimento di sintesi diretta del controllore digitale, ad esempio con il Controllo Dead-Beat, la Modifica di Dahlin e l'Algoritmo di Kalman.

Infine, la sezione (c) illustra il progetto basato sui diagrammi di Bode.

9.4.1 Sintesi di un regolatore mediante discretizzazione

Questo paragrafo illustra il procedimento di sintesi di un regolatore $D(s)$ nel piano s per il sistema controllato continuo $G(s)$ illustrato nella sezione (a) di Figura 9.3.

Per controllare il sistema descritto dalla funzione continua

$$G(s) = 0.2\frac{(1-2s)}{s(1+10s)(1+0.1s)} \tag{9.11}$$

si progetta un regolatore a tempo continuo rappresentato dalla funzione

$$R(s) = \frac{(1+10s)}{(1+0.1s)} \tag{9.12}$$

tale da garantire un margine di fase di circa 64^o a $\omega_c = 0.22\frac{rad}{s}$ ed un tempo di assestamento pari a 9.7s, eliminando la oscillazioni nella risposta al gradino. Il sistema non compensato era caratterizzato da una sovraelongazione pari al 54% e da un tempo di assestamento di 99s.

Quanto alla scelta del tempo di campionamento, in base alla regola (9.7), ponendo $\alpha = 5$, si può scegliere $T = 1$s.

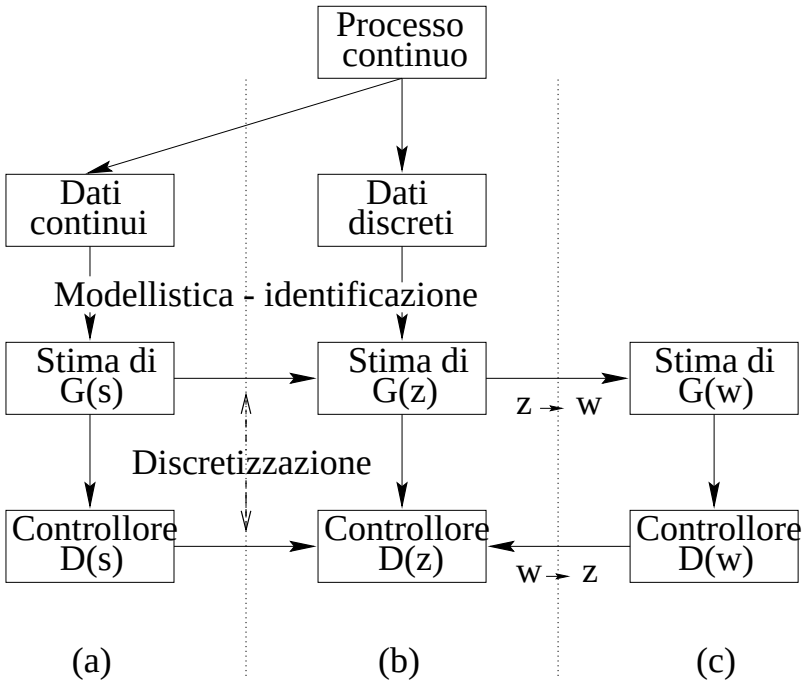

Figura 9.3: Quadro delle metodologie di progetto di un regolatore digitale.

Utilizzando quindi i metodi di discretizzazione visti precedentemente ed applicati al regolatore descritto dalla funzione di trasferimento (9.12) si ottengono rispettivamente i regolatori

$$R(z) = \frac{100z - 90}{z + 9} \quad \text{(EA)} \tag{9.13}$$

$$R(z) = \frac{10z - 9.091}{z - 0.09091} \quad \text{(EI)} \tag{9.14}$$

$$R(z) = \frac{17.5z - 15.8340}{z - 0.6667} \quad \text{(TU)} \tag{9.15}$$

$$R(z) = \frac{100z - 99}{z - 4.54 \times 10^{-5}} \quad \text{(HE)} \; . \tag{9.16}$$

I primi tre regolatori (EA, EI, TU) sono stati ricavati per sostituzione diretta, mentre l'ultimo (HE) attraverso il *TFI*. In particolare, la funzione `convert` di *TFI* può effettuare le seguenti conversioni, come si vede dall'help.

```
CONVERT  Conversione da tempo continuo a tempo discreto (TFI).
     CONVERT,gi,gj - da TFI [CONVERT('gi,'gj') - da Matlab] converte
     la funzione di trasferimento a tempo continuo gi alla funzione
     di trasferimento a tempo discreto gj. Possibili opzioni:
       1 - Z-trasformata della antitrasformata di Laplace campionata
       2 - dispositivo di tenuta di ordine zero
       3 - dispositivo di tenuta di ordine uno
     In ogni caso si puo' tener conto anche di un ritardo finito.
     Se CONVERT viene chiamato senza alcun argomento, le f.d.t. gi e gj
     possono essere specificate in interattivo.
```

Infatti, se `R` contiene la funzione di trasferimento del regolatore, la funzione ai dati campionati si ottiene

```
> convert,R,R3
   convert (conversione da tempo continuo a tempo discreto)

   1 - Z-trasformata dell'antitrasformata di Laplace campionata
   2 - conversione con tenuta di ordine zero
   3 - conversione con tenuta di ordine uno

   operare una scelta : 2

   specificare un ritardo finito (default zero) :

   conversione da tempo continuo a tempo discreto;
   il tempo di campionamento e' 1 sec
   il ritardo finito e' 0

     100 (z - 0.99)
R3 = --------------
     (z - 4.54e-005)

 >
```

Al fine di verificare se il sistema discreto in retroazione risulta stabile, occorre calcolare la funzione di trasferimento $G(z)$ ai dati campionati. La funzione `convert` fornisce il seguente risultato

$$G(z) = \frac{-93.39(-0.6018z+1)(11.46z+1)}{(-z+1)(-1.105z+1)(-2.203e+004z+1)}. \tag{9.17}$$

Utilizzando i regolatori ottenuto con (EA) si ottiene un sistema digitale in retroazione non stabile. I poli del sistema in retroazione determinabili in *TFI* attraverso la fattorizzazione del denominatore della funzione di trasferimento in retroazione sono

```
>>> Poli con gli ordini di molteplicita' rilevati <<<

     1  |  +8.7065e-002                      |   1
     2  |  +7.2025e-001                      |   1
     3  |  +8.9582e-001                      |   1
     4  |  -6.1528e+000                      |   1
```

Per il sistema con (EI), si ha

```
>>> Poli con gli ordini di molteplicita' rilevati <<<

     1  |  -6.4163e-002                      |   1
     2  |  +9.1124e-001                      |   1
     3  |  +7.0663e-001    +3.1160e-001 * j  |   1
     4  |  +7.0663e-001    -3.1160e-001 * j  |   1
```

che risulta stabile.

Analogamente, per il sistema con regolatore (HE), si ottengono i poli

```
>>> Poli con gli ordini di molteplicita' rilevati <<<

     1  |  -8.5680e-002                      |   1
     2  |  +9.9042e-001                      |   1
     3  |  +1.8228e+000    +1.0737e+000 * j  |   1
     4  |  +1.8228e+000    -1.0737e+000 * j  |   1
```

da cui un sistema instabile. Infine, per il regolatore con TU si ha

```
>>> Poli con gli ordini di molteplicita' rilevati <<<

    1  |  -2.2755e-001                        |   1
    2  |  +9.0478e-001                        |   1
    3  |  +5.1196e-001    +1.8184e-001 * j    |   1
    4  |  +5.1196e-001    -1.8184e-001 * j    |   1
```

da cui un sistema in retroazione stabile.

Si graficano quindi i diagrammi di Bode per le funzioni d'anello per i soli regolatori (EI) ed (TU) in Figura 9.4.

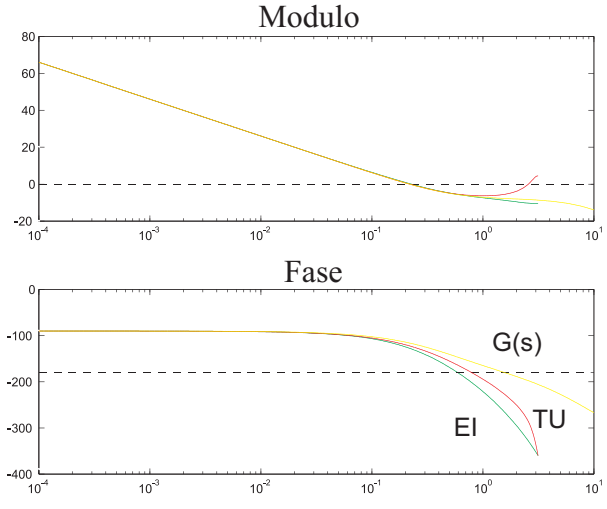

Figura 9.4: Diagrammi di bode delle funzioni d'anello.

Il margine di fase associato al regolatore (EI) risulta di 51^o mentre quello relativo a (TU) di 58^o. Risultano quindi inferiori a quello associato alla funzione di anello del caso analogico.

La Figura 9.5 mette a confronto le risposte al gradino dei due regolatori digitali.
Guardando le caratteristiche delle risposte, per (EI) si ha che la massima sovraelongazione vale 16%, tempo di salita pari a 2s, e tempo di assestamento 13s. Per (TU), massima sovraelongazione 0.5%, tempo di salita 3s e tempo di assestamento 7s. Il sistema analogico di partenza non aveva invece nessuna sovraelongazione, tempo di salita pari a 6s e tempo di assestamento 10s.

Si osservi come in questo esempio il regolatore (TU) abbia caratteristiche migliori come tempo di assestamento di quello analogico. Questo risultato è dovuto alle caratteristiche del sistema sotto controllo che è a fase non minima e il regolatore è una rete anticipatrice.

9.4.2 Sintesi di un regolatore digitale nel dominio delle frequenze

La trasformazione nel piano w precedentemente introdotta consente di effettuare il progetto del regolatore discreto direttamente nel dominio delle frequenze. Una volta che la funzione di trasferimento del processo controllato è stata trasformata nel dominio w, possono essere utilizzate nel discreto tutte quelle tecniche di progetto valide per i sistemi continui.

Si consideri il sistema descritto dalla seguente funzione di trasferimento

$$G_p(s) = \frac{2500}{s(s+25)}. \tag{9.18}$$

Se si assume che il sistema sia a dati campionati, si utilizza un dispositivo di campionamento e tenuta, con periodo $T = 0.01$ sec. Si progetti una rete anticipatrice ed una rete ritardatrice affinché

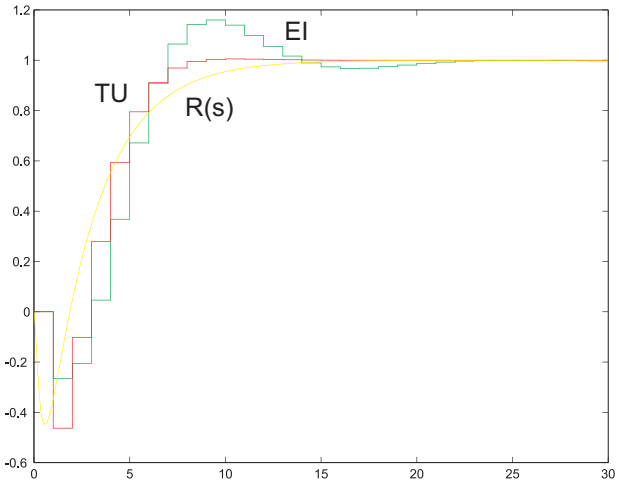

Figura 9.5: Risposta al gradino del sistema di controllo digitale.

il sistema compensato abbia un margine di fase di 55^o. Si confronti la risposta ad un gradino di ampiezza unitaria del sistema non compensato con le risposte dei sistemi compensati.
La funzione di trasferimento ai dati campionati $G_d(z)$ può essere ottenuta attraverso la funzione `convert` del *TFI*

```
convert

   funzione di trasferimento gi (ingresso) : Gp

   funzione di trasferimento gj (uscita) : Gd

   1 - Z-trasformata dell'antitrasformata di Laplace campionata
   2 - conversione con tenuta di ordine zero
   3 - conversione con tenuta di ordine uno

   operare una scelta : 2

   specificare un ritardo finito (default zero) :

   conversione da tempo continuo a tempo discreto;
   il tempo di campionamento e' 0.01 sec
   il ritardo finito e' 0

     0.1152 (z + 0.9201)
Gd = -------------------
     (z - 0.7788) (z - 1)

>
```

da cui

$$G_d(z) = 0.1152 \frac{z + 0.9201}{(z - 0.7788)(z - 1)}. \tag{9.19}$$

La risposta al gradino del sistema ai dati campionati non compensato presenta una sovraelongazione del 66% ed è rappresentata in Figura 9.6.

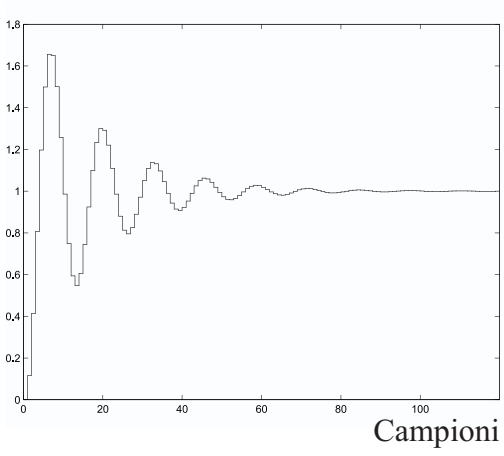

Figura 9.6: Risposta al gradino del sistema non compensato.

La funzione `tresp` del *TFI* fornisce le seguenti informazioni sulla risposta

```
RISPOSTA AL GRADINO :
   massima sovraelongazione: 65.62 percento per k=6 camp (t=0.06 sec)
   tempo di ritardo (al 50 percento): 3 camp (0.03 sec)
   tempo di salita (dal 10 al 90 percento): 3 camp (0.03 sec)
   tempo di assestamento (al piu'/meno 5 percento): 47 camp (0.47 sec)

   ERRORI A REGIME (SOLO AD ANELLO CHIUSO) :
   errore a regime in risposta al gradino: 0
   errore a regime in risposta alla rampa: 0.01
```

Si effettui la trasformazione della funzione di trasferimento del sistema controllato nel piano w. Si può utilizzare direttamente la funzione `wplane` del *TFI*

```
 > wplane,Gd,Gw
   wplane (conversione da s a z o da z a s con l'equivalenza nel piano w)

   trasformazione dal discreto al continuo secondo la conversione
   al piano w diretta; il tempo di campionamento assunto e' 0.01 sec

     -0.002588 (s - 200) (s + 4805)
Gw = ------------------------------
     s (s + 24.87)

 >
```

ovvero

$$G_w(s) = 100\frac{(0.0002081s+1)(-0.005s+1)}{s(0.04021s+1)}. \tag{9.20}$$

I diagrammi di Bode dell'ampiezza e della fase del sistema in w sono rappresentati in Figura 9.7 con le seguenti caratteristiche

```
RISPOSTA IN FREQUENZA AD ANELLO APERTO :
   margine di ampiezza:  2.086 (6.387 db) per omega= 72.24 rad/sec
   margine di fase: 14.76 gradi per omega= 47.61 rad/sec
```

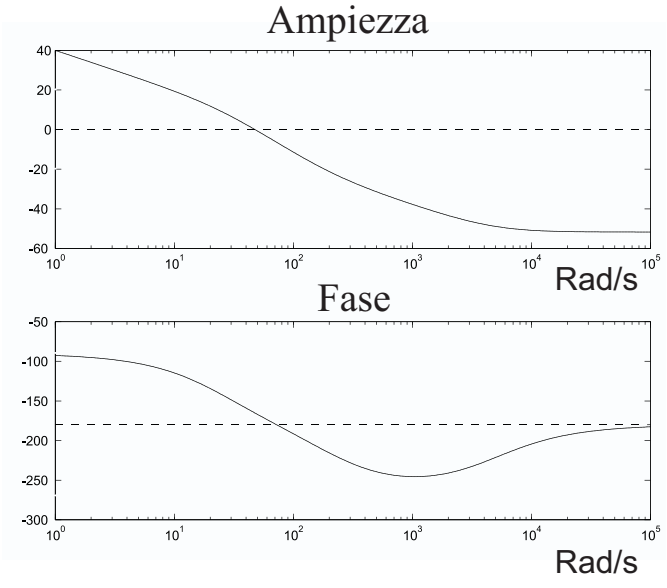

Figura 9.7: Diagrammi di Bode del sistema non compensato.

```
ascissa dell'asintoto verticale del diagramma polare: -4.5

RISPOSTA IN FREQUENZA AD ANELLO CHIUSO :
risonanza assoluta: 3.993 (12.03 db) per omega= 49.13 rad/sec
guadagno statico: 1 (0 db); risonanza relativa: 3.993 (12.03 db)
banda passante (-3db): 78.41 rad/sec
```

quindi un guadagno ed un margine di fase del sistema non compensato pari, rispettivamente, a 6.39dB e 14.76^o.

Si consideri il progetto di una *rete ritardatrice* utilizzando la funzione `lagc` del *TFI*. Si richiede che il sistema compensato abbia un margine di fase di 55^o. Si parte dal sistema non compensato descritto dalla funzione $G_w(s)$.

La rete ritardatrice ha le seguenti caratteristiche

```
lagc (progetto interattivo di rete ritardatrice)

   **** premere invio per proseguire

   informazioni sul progetto della rete ritardatrice ? (1) : 1


   RETE RITARDATRICE

                                      1 + alfa tau s
   Funzione di trasferimento: gc(s) = -------------- .
                                        1 + tau s

   Pulsazione di centro banda: om_0 = 1/(tau sqrt(alfa)) .

                                                      1 - alfa
   Massimo ritardo di fase (ad om_0): phi_0 = -arcsen -------- .
                                                      1 + alfa
```

Imponendo un margine di fase di 55^o si ottiene il seguente output

```
margine di fase senza correzione: 14.76 gradi
                    alla pulsazione: 47.62 rad/sec

   specificare il margine di fase voluto : 55

   valore massimo di alfa: 0.1731
   valore minimo di alfa : 0.01

   valore di primo tentativo: 0.08655

   **** premere un tasto per proseguire

   **** figura 1 ****

   **** figura 2 ****

   **** figura 3 ****

   colore di riferimento: g ; f.d.t. del sistema controllato: Gw

   400 passi di ricerca di tau nell'intervallo scelto:
   margine di fase richiesto trovato al passo: 171

   margine di fase senza rete correttrice: 14.75
   margine di fase con rete correttrice  : 54.91

   la rete correttrice ottenuta:
   alfa = 0.08655 , tau = 5.004 sec

   si puo' cambiare alfa; verra' determinato il tau
   corrispondente al margine di fase richiesto

   specificare alfa (min 0.01, max 0.1731), invio per uscire :

   LA RETE CORRETTRICE OTTENUTA :

   alfa = 0.08655 , tau = 5.004 sec

       0.08655 (s + 2.309)
Gcw = ------------------
       (s + 0.1998)
>
```

La funzione della rete ritardatrice nel piano w risulta

$$G_c(w) = 0.08655 \frac{s + 2.309}{s + 0.1998} \tag{9.21}$$

mentre effettuando la conversione nel piano z attraverso la funzione `wplane` si ottiene

```
funzione di trasferimento gi (ingresso) : Gcw

   funzione di trasferimento gj (uscita) : Gcd
```

```
   trasformazione dal continuo al discreto secondo la conversione
   al piano w inversa; il tempo di campionamento assunto e' 0.01 sec

      0.08747 (z - 0.9772)
Gcd = --------------------
      (z - 0.998)
```

La funzione del regolatore risulta

$$G_c(z) = 0.08747 \frac{z - 0.9772}{z - 0.998}. \tag{9.22}$$

In Figura 9.8 sono rappresentati i diagrammi di Bode del sistema senza compensazione e con rete ritardatrice

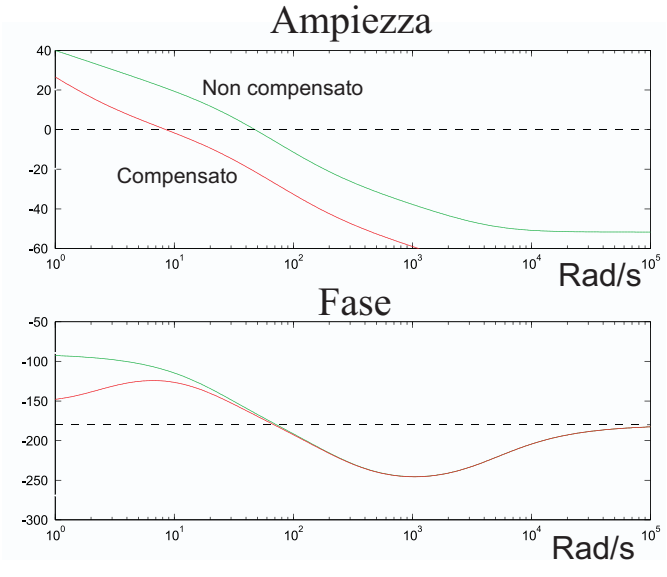

Figura 9.8: Diagrammi di Bode del sistema compensato e non compensato.

mentre in Figura 9.9 il confronto tra le risposte del sistema con e senza rete ritardatrice.

Le caratteristiche della risposta del sistema non compensato sono

```
RISPOSTA AL GRADINO :
   massima sovraelongazione: 65.62 percento per k=6 camp (t=0.06 sec)
   tempo di ritardo (al 50 percento): 3 camp (0.03 sec)
   tempo di salita (dal 10 al 90 percento): 3 camp (0.03 sec)
   tempo di assestamento (al piu'/meno 5 percento): 47 camp (0.47 sec)

   ERRORI A REGIME (SOLO AD ANELLO CHIUSO) :
   errore a regime in risposta al gradino: 0
   errore a regime in risposta alla rampa: 0.01
```

mentre quelle della risposta del sistema con rete ritardatrice diventano

```
RISPOSTA AL GRADINO :
   massima sovraelongazione: 20.82 percento per k=34 camp (t=0.34 sec)
   tempo di ritardo (al 50 percento): 10 camp (0.1 sec)
   tempo di salita (dal 10 al 90 percento): 13 camp (0.13 sec)
   tempo di assestamento (al piu'/meno 5 percento): 81 camp (0.81 sec)
```

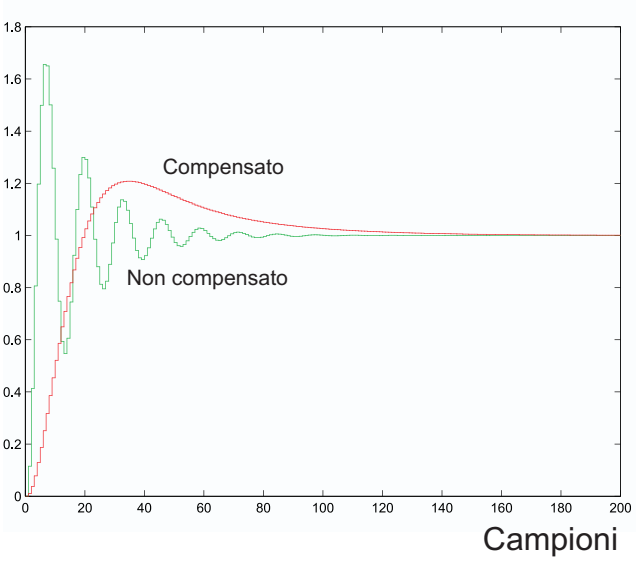

Figura 9.9: Risposta del sistema con e senza compensazione.

```
ERRORI A REGIME (SOLO AD ANELLO CHIUSO) :
errore a regime in risposta al gradino: 0
errore a regime in risposta alla rampa: 0.01
```

Si progetti ora un *rete anticipatrice* tale da garantire lo stesso margine di fase di 55^o.

Si utilizza la funzione `leadc` del *TFI* che genera il seguente output

```
RETE ANTICIPATRICE

                                      1 + tau s
   Funzione di trasferimento: gc(s) = ---------- .
                                    1 + alfa tau s

   Pulsazione di centro banda: om_0 = 1/(tau sqrt(alfa)) .

                                                      1 - alfa
   Massimo anticipo di fase (ad om_0): phi_0 = arcsen -------- .
                                                      1 + alfa
```

Al fine di ottenere un margine di fase richiesto occorre imporre durante l'interattivo un margine di fase di 65^o

```
margine di fase senza correzione: 14.76 gradi
                  alla pulsazione: 47.62 rad/sec

   specificare il margine di fase voluto : 65

   anticipo di fase necessario: 50.24 gradi
   valore di alfa di primo tentativo: 0.06536

   **** premere un tasto per proseguire
```

```
   **** figura 1 ****

   **** figura 2 ****

   **** figura 3 ****

   colore di riferimento: g ; f.d.t. del sistema controllato: Gw

   100 passi di ricerca di tau nell'intervallo scelto:
   margine di fase massimo trovato al passo: 47

   margine di fase senza rete correttrice: 14.75
   margine di fase con rete correttrice  : 54.77

   la rete correttrice ottenuta:
   alfa = 0.06536 , tau = 0.02732 sec

   si puo' cambiare alfa; verra' determinato il tau
   corrispondente al margine di fase massimo

   specificare alfa (min .005, max 0.2615), invio per uscire :

   LA RETE CORRETTRICE OTTENUTA :

   alfa = 0.06536 , tau = 0.02732 sec

       15.3 (s + 36.61)
Gcw2 = ---------------
       (s + 560.1)
```

La funzione di trasferimeto della rete ritardatrice nel piano w risulta

$$G_{cw}(s) = 15.3\frac{s + 36.61}{s + 560.1} \tag{9.23}$$

mentre in quello z

$$G_c(z) = 4.763\frac{z - 0.6906}{z + 0.4737}. \tag{9.24}$$

I relativi diagrammi di Bode sono riportati in Figura 9.10.

Le caratteristiche del sistema compensato con una rete anticipatrice sono

```
RISPOSTA IN FREQUENZA AD ANELLO APERTO :
   margine di ampiezza:  2.997 (9.535 db) per omega= 350.1 rad/sec
   margine di fase: 54.77 gradi per omega= 76 rad/sec
   ascissa dell'asintoto verticale del diagramma polare: -1.947

   RISPOSTA IN FREQUENZA AD ANELLO CHIUSO :
   risonanza assoluta: 1.115 (0.9471 db) per omega= 52.55 rad/sec
   guadagno statico: 1 (0 db); risonanza relativa: 1.115 (0.9471 db)
   banda passante (-3db): 216.9 rad/sec
```

Le risposte dei sistemi ad un gradino unitario sono riportate in Figura 9.11
le cui caratteristiche sono

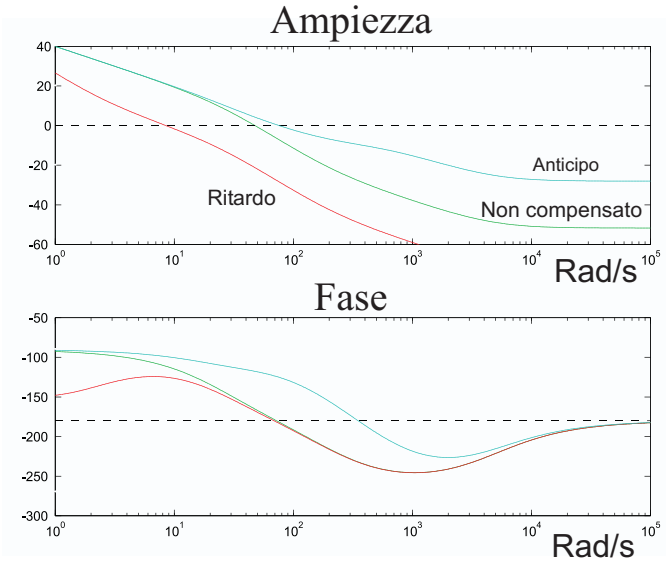

Figura 9.10: Diagrammi di Bode del sistema con rete anticipatrice, rete ritardatrice e senza compensazione.

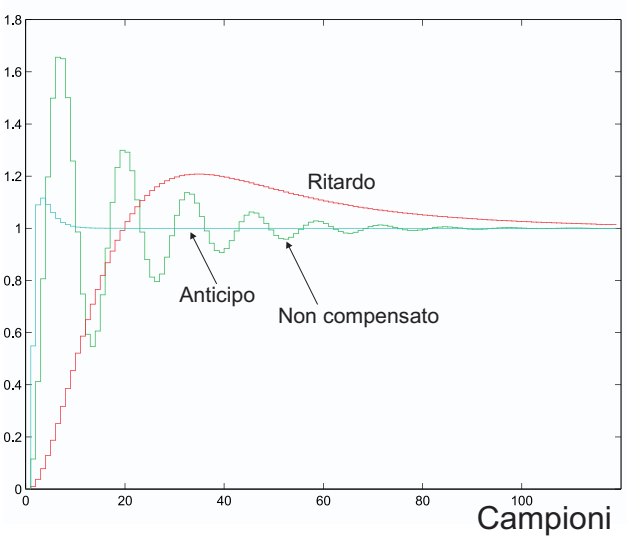

Figura 9.11: Risposta del sistema al gradino con rete anticipatrice, rete ritardatrice e senza compensazione.

```
RISPOSTA AL GRADINO :
   massima sovraelongazione: 11.61 percento per k=3 camp (t=0.03 sec)
   tempo di ritardo (al 50 percento): 1 camp (0.01 sec)
   tempo di salita (dal 10 al 90 percento): 1 camp (0.01 sec)
   tempo di assestamento (al piu'/meno 5 percento): 6 camp (0.06 sec)

   ERRORI A REGIME (SOLO AD ANELLO CHIUSO) :
   errore a regime in risposta al gradino: 0
   errore a regime in risposta alla rampa: 0.01
```

9.5 Esercizi proposti in aula didattica

Si voglia progettare un regolatore digitale per il sistema con funzione di trasferimento

$$G(s) = \frac{0.2}{(1+s)(1+0.2s)} \tag{9.25}$$

adottando un tempo di campionamento di $T = 0.1$s e cercando di rispettare i seguenti requisiti relativi alla risposta ad un gradino del riferimento:

1. errore a regime nullo;
2. tempo di assestamento minore di 4s.

Si analizzi dapprima la possibilità di risolvere il problema di sintesi con un regolatore del tipo

$$G_{c1}(z) = \frac{K_1}{z - p_1} \tag{9.26}$$

e successivamente, come secondo tentativo, si ponga

$$G_{c2}(z) = K_2 \frac{z - z_2}{z - p_1} \tag{9.27}$$

con z_2 scelto in modo tale da cancellare il polo più "lento" di $G(z)$, ove $G(z)$ è la funzione di trasferimento ai dati campionati ottenuta da $G(s)$ attraverso un circuito di tenuta di ordine zero. Si determinino quindi K_1 e K_2 mediante l'analisi del luogo delle radici del sistema $G(z)G_{c1}(z)$ e $G(z)G_{c2}(z)$.