Regolatori standard

- Struttura fissa tipo PID
- Tuning dei parametri
- Scelta del periodo di campionamento $\mathbf{T}$
- Discretizzazione algoritmi analogici

ed inoltre . . .

- Gestione della configurazione dell'algoritmo
- Compensazione di ritardi noti
- Passaggio bumpless manuale-automatico
- Anti-windup
- Tuning automatico dei parametri

Discretizzazione del classico regolatore PID analogico

$$\mathbf{U}(s) = \mathbf{K_p}\left(\mathbf{1} + \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{T_i s}} + \mathbf{T_d s}\right)\mathbf{E}(s)$$

- Usando l'integrazione rettangolare
  - Forma di posizione:

$$\mathbf{u_n} = \mathbf{K_p}\left[\mathbf{e_n} + \frac{\mathbf{T}}{\mathbf{T_i}}\sum_{k=0}^{n}\mathbf{e_k} + \frac{\mathbf{T_d}}{\mathbf{T}}(\mathbf{e_n} - \mathbf{e_{n-1}})\right] + \mathbf{M_R}$$

  - Forma di velocità:

$$\mathbf{\Delta u_n} = \mathbf{K_p}\left[\mathbf{e_n} - \mathbf{e_{n-1}} + \frac{\mathbf{T}}{\mathbf{T_i}}\mathbf{e_n} + \frac{\mathbf{T_d}}{\mathbf{T}}(\mathbf{e_n} - \mathbf{2}\,\mathbf{e_{n-1}} + \mathbf{e_{n-2}})\right]$$

- Usando l'integrazione trapezoidale
  - Forma di posizione:

$$\mathbf{u_n} = \mathbf{K'_p}\left[\mathbf{e_n} + \frac{\mathbf{T}}{\mathbf{T'_i}}\sum_{k=0}^{n}\frac{\mathbf{e_k} + \mathbf{e_{k-1}}}{\mathbf{2}} + \frac{\mathbf{T'_d}}{\mathbf{T}}(\mathbf{e_n} - \mathbf{e_{n-1}})\right] + \mathbf{M_R}$$

  - Forma di velocità:

$$\begin{aligned}\mathbf{\Delta u_n} &= \mathbf{K'_p}\Big[\mathbf{e_n} - \mathbf{e_{n-1}} + \tfrac{\mathbf{T}}{\mathbf{2\,T'_i}}(\mathbf{e_n} + \mathbf{e_{n-1}}) + \\ &\qquad + \tfrac{\mathbf{T'_d}}{\mathbf{T}}(\mathbf{e_n} - \mathbf{2}\,\mathbf{e_{n-1}} + \mathbf{e_{n-2}})\Big]\end{aligned}$$

- Una forma di algoritmo particolarmente utilizzata in pratica

- Termine derivativo:

$$\frac{\mathbf{T_d s}}{\mathbf{1 + T_d s/N}} \qquad \mathbf{N} \text{ tra 3 e 10}$$

- Parte integrale: "differenza in avanti"

- Parte derivativa: "differenza all'indietro"

$$\begin{aligned}\mathbf{D_{PID}(z)} &= \mathbf{K_p}\Big[\mathbf{1} + \tfrac{\mathbf{T}}{\mathbf{T_i(z-1)}} + \\ &\quad + \tfrac{\mathbf{T_d}}{\mathbf{T+T_d/N}}\,\tfrac{\mathbf{z-1}}{\mathbf{[z-T_d/(NT+T_d)]}}\Big]\end{aligned}$$

- Con le posizioni

$$\alpha = \frac{\mathbf{T}}{\mathbf{T_i}}, \qquad \beta = \frac{\mathbf{NT_d}}{\mathbf{(NT + T_d)}}, \qquad \gamma = \frac{\mathbf{T_d}}{\mathbf{(NT + T_d)}}$$

$$\mathbf{q_0} = \mathbf{K_p}(\mathbf{1} + \beta), \qquad \mathbf{q_1} = -\mathbf{K_p}(\mathbf{1} + \gamma - \alpha + \mathbf{2}\beta)$$
$$\mathbf{q_2} = \mathbf{K_p}(\gamma - \alpha\gamma + \beta)$$

- Il regolatore si riscrive

$$\mathbf{D_{PID}(z)} = \frac{\mathbf{q_0 z^2 + q_1 z + q_2}}{\mathbf{(z-1)}(\mathbf{z} - \gamma)}$$

ed è del tipo $\mathbf{Ru = Tv - Sy}$ con

$$\mathbf{R} = (\mathbf{z-1})(\mathbf{z} - \gamma), \qquad \mathbf{T = S = q_0 z^2 + q_1 z + q_2}$$

Tuning dei parametri

- Due categorie di criteri

a) Quelli che utilizzano alcuni punti caratteristici della risposta $\mathbf{y}(\mathbf{t})$ per imporre l'andamento transitorio desiderato.
b) Criteri di tipo integrale

$$\begin{aligned} \mathbf{ISE} &= \int_0^\infty [\mathbf{e}(\mathbf{t})]^2 \mathbf{dt} \\ \mathbf{IAE} &= \int_0^\infty |\mathbf{e}(\mathbf{t})| \mathbf{dt} \\ \mathbf{ITAE} &= \int_0^\infty \mathbf{t}|\mathbf{e}(\mathbf{t})| \mathbf{dt} \end{aligned}$$

- Nel caso analogico

Controllore	Ziegler-Nichols	Cohen-Coon	3C
P	$K\,K_p = (\theta/\tau)^{-1}$	$K\,K_p = (\theta/\tau)^{-1} + 0.333$	$K\,K_p = 1.208(\theta/\tau)^{-0.956}$
PI	$K\,K_p = 0.9(\theta/\tau)^{-1}$	$K\,K_p = 0.9(\theta/\tau)^{-1} + 0.082$	$K\,K_p = 0.928(\theta/\tau)^{-0.946}$
	$T_i/\tau = 3.33(\theta/\tau)$	$T_i/\tau = \frac{3.33(\theta/\tau)[1+(\theta/\tau)/11]}{1+2.2(\theta/\tau)}$	$T_i/\tau = 0.928(\theta/\tau)^{0.583}$
PID	$K\,K_p = 1.2(\theta/\tau)^{-1}$	$K\,K_p = 1.35(\theta/\tau)^{-1} + 0.27$	$K\,K_p = 1.37(\theta/\tau)^{-0.95}$
	$T_i/\tau = 2(\theta/\tau)$	$T_i/\tau = \frac{2.5(\theta/\tau)[1+(\theta/\tau)/5]}{1+0.6(\theta/\tau)}$	$T_i/\tau = 0.74(\theta/\tau)^{0.738}$
	$T_d/\tau = 0.5(\theta/\tau)$	$T_d/\tau = \frac{0.37(\theta/\tau)}{1+0.2(\theta/\tau)}$	$T_d/\tau = 0.365(\theta/\tau)^{0.95}$

- Modello del sistema

$$\mathbf{G_p(s) = K\frac{e^{-\theta s}}{1+\tau s}}$$

- Approssimazione del campionatore e del ricostruttore di ordine zero con un ritardo pari a $\mathbf{T/2}$

$$\theta' = \theta + \frac{\mathbf{T}}{\mathbf{2}}$$

$$\frac{\theta'}{\tau} \longrightarrow \mathbf{K\,K_p}, \quad \frac{\mathbf{T_i}}{\tau}, \quad \frac{\mathbf{T_d}}{\tau}$$

e quindi si ricavano $\mathbf{K_p}$, $\mathbf{T_i}$ e $\mathbf{T_d}$

Variazione di carico				
Criterio	*Controllore*	*Azione*	*A*	*B*
IAE	*P*	*P*	0.902	−0.985
ISE	*P*	*P*	1.141	−0.917
ITAE	*P*	*P*	0.490	−1.084
IAE	*PI*	*P*	0.984	−0.986
		I	0.608	−0.707
ISE	*PI*	*P*	1.305	−0.959
		I	0.492	−0.739
ITAE	*PI*	*P*	0.859	−0.977
		I	0.674	−0.680
IAE	*PID*	*P*	1.435	−0.921
		I	0.878	−0.749
		D	0.482	+1.137
ISE	*PID*	*P*	1.495	−0.945
		I	1.101	−0.771
		D	0.560	+1.006
ITAE	*PID*	*P*	1.357	−0.947
		I	0.842	−0.738
		D	0.381	+0.995

Variazione di set point				
Criterio	*Controllore*	*Azione*	A	B
IAE	PI	P	0.758	−0.861
		I^*	1.020	−0.323
$ITAE$	PI	P	0.586	−0.916
		I^*	1.030	−0.165
IAE	PID	P	1.086	−0.869
		I^*	0.740	−0.130
		D	0.348	+0.914
$ITAE$	PID	P	0.965	−0.855
		I^*	0.796	−0.147
		D	0.308	+0.929

*In questo caso si deve utilizzare $Y = A + B(\theta/\tau)$

- Esempio. Sistema da controllare:

$$\mathbf{G(s)} = \frac{\mathbf{1}}{(\mathbf{0.5\,s+1})(\mathbf{s+1})^{\mathbf{2}}(\mathbf{2\,s+1})}$$

- Modello ($\mathbf{K}=\mathbf{1}$, $\theta = \mathbf{1.46\,s}$, $\tau = \mathbf{3.34\,s}$)

$$\mathbf{G_m(s)} = \frac{\mathbf{e^{-1.46s}}}{\mathbf{1+3.34\,s}}$$

- Progettare un regolatore PID in corrispondenza a $\delta = \mathbf{0.25}$

- Sia $\mathbf{T} = \mathbf{0.3\,s}$

- $\theta' = \theta + \mathbf{T/2 = 1.46 + 0.15 = 1.61}$
- $\theta'/\tau = \mathbf{0.482}$
- Dalla tabella di Ziegler-Nichols si ha

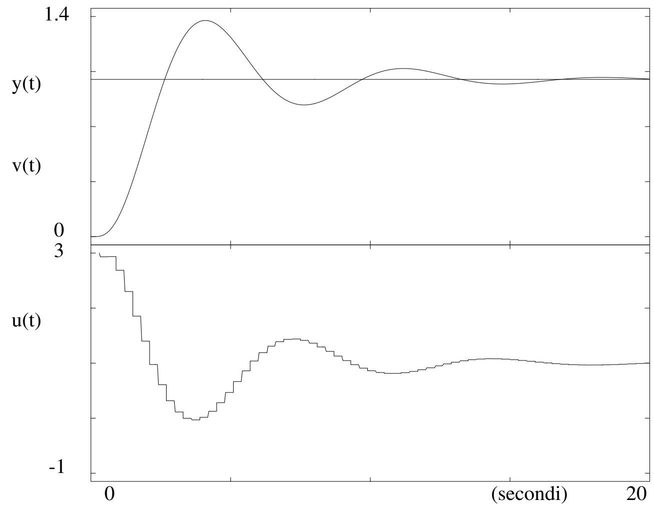
$$\mathbf{K\,K_p = 2.4894} \qquad \frac{\mathbf{T_i}}{\tau} = \mathbf{0.9641} \qquad \frac{\mathbf{T_d}}{\tau} = \mathbf{0.241}$$

da cui si ottengono i parametri

$$\mathbf{K_p = 2.4894}$$
$$\mathbf{T_i = 0.9641}\tau \mathbf{= 3.22}$$
$$\mathbf{T_d = 0.241}\tau \mathbf{= 0.805}$$

- Mediante discretizzazione rettangolare

$$\mathbf{D_{PID}(z) = K_p \left[1 + \frac{T}{T_i(1 - z^{-1})} + \frac{T_d}{T}(1 - z^{-1}) \right]}$$



Progetto secondo criteri integrali

- Si sceglie il criterio ($\mathbf{IAE}$, $\mathbf{ISE}$ o $\mathbf{ITAE}$)
- Si sceglie il tipo di controllore ($\mathbf{P}$, $\mathbf{PI}$ o $\mathbf{PID}$)
- Si sceglie l'azione di controllo ($\mathbf{P}$, $\mathbf{I}$ o $\mathbf{D}$)
- In corrispondenza la tabella fornisce $\mathbf{A}$ e $\mathbf{B}$

$$\mathbf{Y} = \mathbf{A}\left(\frac{\theta}{\tau}\right)^{\mathbf{B}} \qquad \left[\text{oppure} \quad \mathbf{Y} = \mathbf{A} + \mathbf{B}\left(\frac{\theta}{\tau}\right)\right]$$

- $\mathbf{Y} = \mathbf{K}\,\mathbf{K_p}$ nel caso di azione proporzionale $\mathbf{P}$
- $\mathbf{Y} = \tau/\mathbf{T_i}$ nel caso di azione integrale $\mathbf{I}$
- $\mathbf{Y} = \mathbf{T_d}/\tau$ nel caso di azione derivativa $\mathbf{D}$

- Esempio. Si assume ancora:

$$\mathbf{G}(\mathbf{s}) = \frac{\mathbf{1}}{(\mathbf{0.5\,s+1})(\mathbf{s+1})^{\mathbf{2}}(\mathbf{2\,s+1})}$$

- Modello ($\mathbf{K} = \mathbf{1}$, $\theta = \mathbf{1.46\,s}$, $\tau = \mathbf{3.34\,s}$)

$$\mathbf{G_m}(\mathbf{s}) = \frac{\mathbf{e^{-1.46s}}}{\mathbf{1+3.34\,s}}$$

- Progettare un regolatore $\mathbf{PI}$ per variazioni di set point secondo il criterio ITAE

- Dalla tabella

$$\mathbf{K\,K_p = 0.586\left(\frac{\theta'}{\tau}\right)^{-0.916} = 1.143}$$

$$\tau/\mathbf{T_i = 1.03 - 0.165\left(\frac{\theta'}{\tau}\right) = 0.95}$$

da cui si ottiene

$$\mathbf{K_p = 1.143}, \qquad \mathbf{T_i = 3.514}$$

- Risultati simulativi del caso ITAE